# Kurs 2 – Alles logisch? Mit Mathematik und Philosophie dem Denken auf der Spur



# Einleitung

SHATHYA THEIVENDRARAJAH

Haben Sie sich schon einmal überlegt, was wahr und was falsch ist? Was ist eigentlich Wahrheit? Haben Sie sich schon einmal Gedanken darüber gemacht, dass alles was wir wahrnehmen nur eine Täuschung sein könnte? Wie gelangt man eigentlich zu Erkenntnis?

Mit Fragen wie diesen haben wir uns im Logikkurs beschäftigt und mit Hilfe von philosophischen und mathematischen Ansätzen die Logik näher beleuchtet. Doch was ist Logik eigentlich? Das Wort Logik (griechisch: Logos—"Kunst des Denkens") bezeichnet die Wissenschaft des folgerichtigen Denkens. Als Begründer der Logik gilt der aus Griechenland stammende Philosoph Aristoteles, der ein Schü-

ler Platons war. Weitere berühmte Philosophen und Logiker, mit denen wir uns im Kurs näher beschäftigt haben, waren René Descartes, Leonard Euler, Immanuel Kant, Ludwig Wittgenstein und Kurt Gödel.

In unserem Kurs haben wir einerseits über philosophische Fragen diskutiert und versucht, Antworten darauf zu finden, andererseits haben wir uns auf mathematische Weise mit der Logik befasst. Hier war unser Ziel, zu beweisen, dass alle wahren Aussagen der Aussagenlogik beweisbar sind.

Die Mathematik und die Philosophie scheinen auf den ersten Blick wenig verwandte Wissenschaften zu sein. Dennoch sind uns einige grundlegende Gemeinsamkeiten aufgefallen. Zu Beginn unseres Kurses befassten wir uns mit den Prinzipien der klassischen Logik nach Aristoteles, die nicht nur maßgebend für die Philosophie, sondern auch für die mathematische Logik sind. Diese Regeln sind elementar für logisches Denken und lassen sich sowohl auf mathematische Weise in Form von Formeln als auch philosophisch in Form von Sprache formulieren. Daher ist es möglich, Sachverhalte, wie beispielsweise verschiedene Schlussfolgerungsmöglichkeiten, auf verschiedenen Abstraktionsebenen zu betrachten.

Im philosophischen Teil unseres Kurses beschäftigten wir uns mit der philosophischen Wissenschaft der Erkenntnis – der Erkenntnistheorie. Diese befasst sich mit dem Erlangen von Erkenntnis und ist damit auch mit dem Erkennen von Wahrheit verbunden. Um verschiedene Methoden zum Erlangen von wahrer Erkenntnis kennenzulernen, haben wir uns mit den widersprüchlichen Ansätzen von Rationalismus und Empirismus und der Schlichtung des Streits durch Immanuel Kant befasst. Zudem behandelten wir das Problem der Sprache als Ausdruck für eigene Erkenntnis.

Ausgehend von den Prinzipien der klassischen Logik beschäftigten wir uns im mathematischen Teil unseres Kurses mit der Aussagenlogik. Hierbei definierten wir, was Wahrheit im aussagenlogischen Sinne bedeutet und wie ein Beweis innerhalb der Aussagenlogik aufgebaut ist. So konnten wir beweisen, dass diese Begriffe in der Aussagenlogik zusammenfallen, also dass genau alle wahren Aussagen der Aussagenlogik beweisbar sind.

In unserem Kurs herrschte allgemein ein nettes und freundliches Klima. Während der Kursphasen hatten wir auf der einen Seite zwar intensive Arbeitsperioden, bei denen es wichtig war, sich zu konzentrieren, auf der anderen Seite haben unsere Kursleiter Daniel, Lea und Patricia aber auch lockerere Gruppenarbeitsphasen mit anschließenden kurzen Präsentationen ermöglicht, so dass ein gutes und erfolgreiches Arbeiten möglich war. Besonders bei der Rotation und der abschließenden Präsentation zeigten sich die hart erarbeiteten und positiven Resultate unserer Arbeit.

Doch neben dem inhaltlichen Wissen war es möglich, in unserem Kurs auch methodische Kompetenzen zu erlernen und zu verbessern. Zum einen war unser Bestreben darauf gerichtet, Aussagen philosophischer Art kritisch zu hinterfragen. Des Weiteren bot sich uns die Möglichkeit, wissenschaftliches Recherchieren für uns noch unbekannte Theorien oder Begriffe zu vertiefen. In der Mathematik hingegen erwies sich das Abstraktionsvermögen als sehr wichtig, da man sich unter den Formeln manchmal erst auf den zweiten Blick etwas Konkretes vorstellen konnte. Bei der Vorbereitung und Durchführung der abschließenden Präsentationen verbesserten wir unsere Teamfähigkeiten und natürlich auch das Präsentieren selbst.

Andererseits war unser Bestreben natürlich auch darauf gerichtet, Inhaltliches zu erlernen. Wozu diese zwei Wochen intensiver Arbeit geführt haben, werden Sie nach der folgenden Vorstellung der Kursteilnehmer und Kursleiter erfahren.

#### Unsere Kursteilnehmer

LALITA BRAUN, VIOLA MUNZERT

Anna, die mit 13 Jahren jüngste Teilnehmerin unseres Kurses, verblüffte uns alle mit ihrem ausgezeichneten mathematischen Denkvermögen und brachte uns bei vielen Beweisen auf den entscheidenden Schritt. Was mathematische Formeln anging, schien sie nie müde zu werden und auch in der Philosophie diskutierte sie gerne mit.

Giulia zeigte ihre Stärken vor allem im mathematischen Teil, in welchem sie mit ihrer schnellen Auffassungsgabe glänzte. Das Grübeln über Übungen und das Vorstellen ihrer Ergebnisse bereitete ihr viel Freude. Sie war mit Leidenschaft bei der Akademie dabei und zauberte viele Verbesserungsvorschläge hervor.

Gregor war im Kurs immer aktiv am Geschehen beteiligt, auch wenn er von grundlegend ruhiger Natur ist. Er hat die Fähigkeit, seine Meinung klar zum Ausdruck zu bringen, sowie sie anschaulich zu erklären und brachte uns durch seine produktiven Vorschläge stets weiter. Seine Mischung aus Dialekt, Reife und Humor ist die eines wahren Denkers.

Hannah, die ebenfalls zu den Ruhigen im Kurs gehörte, charakterisierte sich durch Disziplin und Aufnahmefähigkeit. Ihre Gedanken konnte sie klar und präzise formulieren und brachte uns mit ihrer Ehrlichkeit und Zielstrebigkeit auf dem Weg zur Erkenntnis voran. Im Kurs war sie sehr beliebt und half allen gerne weiter.

Lalita legte eine große Aufgeschlossenheit und ein selbstbewusstes Auftreten an den Tag. Mit ihrer fröhlichen, aufgeweckten und netten Art bereicherte sie unseren Kurs in vielerlei Hinsicht. Ihr quirliges Wesen kam besonders im philosopischen Teil unseres Kurses zum Vorschein, wo sie nie um ein Wort verlegen war und ihre Meinung und Kritik offen äußerte.

Egal, ob sich die Diskussion um Empirismus oder den Aufbau unserer Abschlusspräsentation drehte, argumentierte er enthusiastisch mit. Er zeigte eine immer konzentrierte Mitarbeit und ein gutes Durchsetzungsvermögen und brachte uns mit seinen Formulierungen täglich zum Lachen. Beim Sportfest feuerte er uns alle mit seinem begeisterten Optimismus lautstark an.

Lisa ist von zurückhaltender und ruhiger Natur und war die wohl konzentrierteste Zuhörerin unter uns. Sie ließ sich durch nichts ablenken, arbeitete stets zielstrebig und aufmerksam und war so als Erste mit ihrem Dokumentationstext fertig. Im Kurs wurde sie aufgrund ihrer Hilfsbereitschaft und Teamfähigkeit sehr geschätzt.

Lorenz brachte sich vor allem in der Mathematik mit großer Begeisterung ein. Gegen Ende der Akademie erfuhren wir von seinem Origami-Talent, nachdem er eine Menge wunderschöner Papierschildkröten angefertigt hatte. Er zeichnete sich außerdem durch seine gute Teamfähigkeit und sein lautes Organ beim Anfeuern unserer Gruppe beim Sportfest aus und ist eine Person, die einfach mit jedem gut arbeiten und auskommen kann.

Maurice war unser Fachmann für Physik und half uns dabei, einige Themen aus einer anderen Perspektive zu sehen. Außerdem



Der Logikkurs beim Sportfest.

führte er die ersten "Meinungskarten" ein, welche im Verlauf der Kurses übernommen und weiterentwickelt wurden. Statements wie "Dito", "Veto" oder "?!" waren in Diskussionen sehr beliebt und lockerten die Atmosphäre zusätzlich auf. Von ihm stammt auch unser Kursmaskottchen, die selbstgebastelte Papierraupe Wittgenstein.

Pia ist politisch stets auf dem neuesten Stand, diskutiert gerne und scheut sich nie, ihre Gedanken und Einwände auszusprechen. Nur beim Erörtern ihres vorzeitigen Todeszeitpunkts durch eine Sraßenbahn – ein beliebtes Kurspausenthema – hielt sie sich belustigt zurück. Des Weiteren übernahm sie bald die Leitung der Tanz-KüA und fand sich in allem wieder, was Organisation angeht.

Sebastian besitzt eine Ausstrahlung, die bezeichnend für unser Kursthema ist: Die eines grübelnden, nachdenklichen Menschen. In der Kursarbeit äußerte er sich dementsprechend und führte uns oft mit seiner Zielstrebigkeit zum Thema zurück. Trotz seines ernsthaften Arbeitens stimmte er stets in unser herzhaftes Lachen ein und war ein sehr guter Zuhörer.

Sharina war das Kunsttalent unseres Kurses. Überall, wo es um Kreativität ging, hatte sie die Finger im Spiel: Ob Zitatliste, Powerpoint, Deko oder Akademie-Pulli-Design – an Energie, Elan und Freude fehlt es ihr nie. Zudem konnte sie in kürzester Zeit komplexe Gedankengänge aussprechen. Sie war der Sonnenschein im Kurs und für jede Diskussion zu haben – egal ob in der

Philosophie oder der Mathematik – denn begeistern kann man sie mit fast jedem Thema.

Shathya macht einen seriösen Eindruck und bereicherte unsere Diskussionen mit seiner empirischen Sichtweise in vielerlei Hinsicht. Zudem versteht er es, seine Position klar zum Ausdruck zu bringen. Auch dank seiner Sportlichkeit schaffte es der Logikkurs, der roten Laterne beim Sportfest zu entgehen.

Thaddäus wirkt auf den ersten Blick ruhig, bald erkannten wir aber die Stimmungskanone in ihm. Im Gegensatz zu seinem Namensvetter aus Spongebob Schwammkopf ist er immer für einen Spaß zu haben. In Mathematik und logischem Denken ist er ebenfalls ungleich stärker als dieser. Seine Einführung des Gutelaunelieds "Always look on the bright side of life" entwickelte sich in kürzester Zeit zum Hit der Akademie und begleitete uns noch lange als Ohrwurm.

Viola zeichnete sich durch ihre Diskussionsfreudigkeit und ihr fröhliches Wesen aus. Sie hatte immer Ideen und Anregungen parat und vertiefte so die Diskussionen um die verschiedenen Themengebiete. Ihre Skepsis und ihr gezieltes Nachfragen halfen dabei, Problemen weiter auf den Grund zu gehen. Den Mathematikteil des Kurses bevorzugte sie wegen seiner Klarheit und Eindeutigkeit. Außerdem waren sowohl ihre Rittersport-Ohringe als auch ihre "sozialen Kekse" bei allen heiß begehrt.

#### **Unsere Kursleiter**

PIA BAUSPIESS, VIOLA MUNZERT

Daniel Jungblut lässt sich äußerlich wohl am besten mit den Worten jung, dunkelhaarig, sommersprossig und motiviert beschreiben. In unserem Kurs kümmerte er sich auf bewundernswerte Weise um den Mathematikteil: Er erklärte anspruchsvolle Beweise einleuchtend und wurde selbst nach vielfachem Nachfragen nicht ungeduldig, sondern schaffte es immer wieder, die Denkknoten in unseren Köpfen zu finden und zu lösen. Außerdem lockerte er die Atmosphäre gerne

mit seinen Kommentaren oder dem legendären "Hunger in 15 [10, 5, 0, -5] Minuten"-Schild vor der Mittagspause auf. Nicht nur das Mittagessen, sondern auch die Kekse und andere Süßigkeiten, die im Kurs umhergingen, hatten es ihm angetan. Noch eindrücklicher in Erinnerung geblieben ist uns allerdings sein "Mathe macht glücklich!"-T-Shirt – ein Statement, das er jederzeit gerne anbringt und mit Begeisterung vertritt. Wäre Daniel nicht schon längst Referendar, hätten wir ihm spätestens nach diesem Kurs ans Herz gelegt, Lehrer zu werden!

Lea Götz ist jung, sommersprossig, rothaarig und gleichermaßen motiviert. Die Biologie-Studentin aus Cambridge erfand den Begriff der "sozialen" Süßigkeiten, also Kekse oder Gummibärchen, die für den ganzen Kurs gedacht waren und uns während der Kurseinheiten energetischen Nachschub für unsere Diskussionen lieferten. Im Philosophieteil forderte uns Lea immer wieder dazu auf, selbst zu denken und uns nach kritischer Auseinandersetzung mit philosophischen Texten eine eigene Meinung zu bilden. Schließlich wirft die Philosophie oft mehr Fragen auf, als sie beantwortet. So erarbeiteten wir uns mit ihr auch methodische Fähigkeiten, vom schnellen eigenständigen Mitschreiben – was wir nicht zur Vollendung brachten – bis zu der von ihr hoch geschätzten Eigenschaft, sich klar und deutlich auszudrücken. An dieser Stelle muss nun ihr Lieblingszitat und unser Kursmotto von Ludwig Wittgenstein aufgegriffen werden: "Alles, was sich sagen lässt, lässt sich klar sagen."

Patricia Keppler war unsere Schülermentorin und Sonnenschein des Kurses. 2009 saß sie selbst noch unter den Teilnehmern des damaligen Astronomiekurses. Sie hat aus ihrer Akademiezeit viel mitgenommen und es geschafft, uns das zu vermitteln und auf unseren Weg mitzugeben. Immer fröhlich und für jeden Spaß zu haben, war sie als Mentorin des Logikkurses überall aktiv mit dabei: Sowohl im Philosophie- als auch im Mathematikteil brachte sie sich mit ihren Präsentationen ein und übernahm die Leitung von Diskussionen. Patricia erklärte

uns komplexe Inhalte und hatte immer ein offenes Ohr für uns, unsere Fragen und unsere Anliegen. Außerdem muss an dieser Stelle erwähnt werden, dass die Plakate an den Wänden unseres Kursraumes, die den Weg zu unserem mathematischen Kursziel zusammenfassen, einzig und allein Patricias unermüdlichem Mitschreiben zu verdanken sind. In die Kursgeschichte eingegangen ist in diesem Kontext ihr "Mitschreiben?!?!"-Schild, das Daniel des Öfteren während seiner Mathevorträge zu sehen bekam. Nach der Schule will sie Medizin studieren und wir wünschen ihr viel Erfolg dabei!

### Klassische Logik

LORENZ MATTES

#### **Aristoteles**

Um uns möglichst schnell in die Kursmaterie einzufinden, lasen wir gleich zu Beginn des Eröffnungswochenendes einen Text von Aristoteles. Das half uns ein Gefühl für philosophische
Texte zu entwickeln und diese zu interpretieren. Aristoteles, der von 384 bis 322v.Chr. in
Griechenland lebte, erklärt in seinem Hauptwerk Organon (griechisch für Werkzeug) u. a.,
was die Grundbausteine der Sprache sind. In
dem anspruchsvollen Text, der unsere Köpfe
zum Rauchen brachte, befasst er sich mit den
Begriffen Hauptwort, Zeitwort und Aussage.

Ein Hauptwort ist demnach eine Verbindung von Lauten oder Zeichen, die einen Begriff oder eine Sache bezeichnet, z. B. Baum, Stuhl, Hoffnung. Es kann weder wahr noch falsch sein. Die Zeit und damit auch die Existenz wird durch ein sogenanntes Zeitwort ins Spiel gebracht. Im Deutschen verwenden wir dazu das Wort "sein", um eine Beziehung zur Gegenwart darzustellen, z. B. "[...] ist gesund". Hier trifft also die Bezeichnung Zeitwort nicht zu – im Lateinischen bzw. Griechischen stolpern wir aber nicht über dieses Problem: So heißt lat. "valet" beispielsweise genau "[...] ist gesund".

Verbindet man Haupt- und Zeitworte, so formuliert man eine Aussage. Diese ist entweder wahr oder falsch. Solche Aussagen haben wir später in der Aussagenlogik durch Aussagevariablen abgekürzt. Eine Aussage kann einem Gegenstand entweder etwas zusprechen, so ist sie eine Bejahung, z. B. "Der Baum ist gesund", oder sie spricht ihm etwas ab, so ist sie eine Verneinung, z. B. "Der Baum ist nicht gesund". Aristoteles hat für die Wahrheitswerte von solchen Aussagen die folgenden *Prinzipien der klassischen Logik* formuliert:

- 1. Es gibt genau die zwei Wahrheitswerte wahr und falsch.
- Jede Aussage hat höchstens einen Wahrheitswert (Satz vom Widerspruch).
- 3. Jede Aussage hat mindestens einen Wahrheitswert (Satz vom ausgeschlossenen Dritten).

Aus diesen drei Sätzen ergibt sich das Bivalenzprinzip: Jede Aussage ist entweder wahr oder falsch.



#### Die vier Modi

Mit den vier Modi lernten wir verschiedene Arten kennen, richtige logische Schlüsse zu ziehen. Durch diese Modi kann man aus wahren Voraussetzungen und einem gültigen Schluss eine wahre Schlussfolgerung ableiten. Die Voraussetzungen werden als Prämissen bezeichnet, die Schlussfolgerung als Konklusion.

Als Beispiel für den ersten Modus, den *Modus* ponendo ponens (setzender Modus), betrachten wir folgende Prämissen: "Wenn es regnet, ist die Straße nass" und "Es regnet". Daraus lässt sich folgende Konklusion ableiten: "Die Straße ist nass." Unter der Voraussetzung, dass die erste Prämisse wahr ist, wird durch das

Bejahen (setzen) der zweiten Prämisse auch die Konklusion bejaht.

Die logische Umkehrung des Modus ponendo ponens ist der *Modus tollendo tollens* (aufhebender Modus). Die zweite Prämisse lautet jetzt "Die Straße ist nicht nass", folglich gilt: "Es regnet nicht". Unter der Voraussetzung, dass die erste Prämisse wahr ist, wird durch das Verneinen (aufheben) der zweiten Prämisse die Konklusion verneint.

Der dritte Modus ist der Modus ponendo tollens. Unter der Voraussetzung, dass die erste Prämisse wahr ist, wird durch das Bejahen der zweiten Prämisse die Konklusion verneint. Ein Beispiel dazu ist: "Entweder ich bin gesund oder ich trinke Kamille-Tee" und "Heute morgen habe ich zwei Liter Kamille-Tee getrunken." Daraus lässt sich die Aussage "Ich bin nicht gesund" schließen. Das entweder oder in der ersten Prämisse stellt sicher, dass nicht beide Aussagen gleichzeitig gelten können.

Aus den Prämissen "Entweder ich mache meine Hausaufgaben oder ich schreibe diese Dokumentation" und "Ich mache meine Hausaufgaben nicht." kann man folgern: "Ich schreibe an dieser Dokumentation." Das ist der *Modus tollendo ponens*, der vierte und letzte Modus: Unter der Voraussetzung, dass die erste Prämisse wahr ist, wird durch das Verneinen der zweiten Prämisse die Konklusion bejaht.

Mit Hilfe der Aussagenlogik haben wir die vier Modi mathematisch bewiesen. Als Beispiel ist der Beweis des Modus ponendo ponens (kurz: Modus ponens) im Abschnitt über Beweisbarkeit aufgeführt. Über diese vier Modi hinaus gibt es aber noch weitere Schlussmöglichkeiten, die beispielsweise in den "Eulerschen Briefen" niedergeschrieben sind. Sie lassen sich unter dem Begriff der Prädikatenlogik zusammenfassen.

#### Prädikatenlogik

In der Zeit zwischen Eröffnungswochenende und Sommerakademie beschäftigten wir uns mit einigen der Logischen Briefe von Leonard Euler, welche er im Jahr 1761 verfasst hatte. Er beschreibt vier Arten von Sätzen, die jeweils aus zwei Begriffen bestehen: Einem Subjekt und einem Prädikat. Im Satz "Der Baum ist grün" wird dem Subjekt "Baum" das Prädikat "grün sein" zugeordnet. Leonard Euler unterscheidet, wie schon Aristoteles, bejahende und verneinende Sätze. Darüber hinaus unterscheidet er auch allgemeine und besondere Sätze. Ein Satz ist nun zum einen entweder bejahend oder verneinend und zum anderen entweder allgemein oder besonders.



So gibt es allgemein bejahende Sätze, z. B. "Alle Menschen sind sterblich." Ihre allgemeine Formel lautet Alle A sind B. Ferner gibt es die allgemein verneinenden Sätze, wie "Kein Mensch ist gerecht", mit der allgemeinen Formel Kein A ist B. Die dritte Art von Sätzen ist die der besonders bejahenden Sätze, z. B. "Einige Menschen sind klug". Allgemein: Einige A sind B. Als letztes gibt es noch die besonders verneinenden Sätze, wie "Einige Menschen sind nicht weise." Ihre allgemeine Formel lautet Einige A sind nicht B. Aus zwei wahren Sätzen, von denen mindestens einer allgemein und einer bejahend ist, kann man also etwas Wahres ableiten. So gibt es u. a. folgende Schlüsse:

- Alle Logiker sind Akademieteilnehmer. Kein Kindergartenkind ist Logiker. Daraus folgt: Einige Akademieteilnehmer sind keine Kindergartenkinder.
- Alle Akademieteilnehmer haben im LSZU II geschlafen. Alle Logiker sind Akademieteilnehmer. Daraus folgt: Alle Logiker haben im LSZU II geschlafen.
- Alle Logiker kommen aus Baden-Württemberg. Einige Akademieteilnehmer sind Logiker. Daraus folgt: Einige Akademieteilnehmer kommen aus Baden-Württemberg.
- Kein Logiker ist im Medizinkurs. Einige

Akademieteilnehmer sind Logiker. Daraus folgt: Einige Akademieteilnehmer sind nicht im Medizinkurs.

Alle Logiker sind Akademieteilnehmer. Einige Logiker sind keine Mädchen. Daraus folgt: Einige Akademieteilnehmer sind keine Mädchen.

Aus zwei besonderen oder zwei verneinenden Sätzen aber kann man nichts Sicheres folgern: So kann man nichts schließen, wenn man weiß, dass einige Akademieteilnehmer Vegetarier sind und dass einige Akademieteilnehmer morgens Joggen gehen. Wenn man weiß, dass kein Akademieteilnehmer unter dreizehn Jahren alt ist und dass einige Akademieteilnehmer nicht aus Baden kommen, so kann auch daraus nichts geschlossen werden.

Auch über die Art der Konklusion können Regeln aufgestellt werden: Wenn eine der Prämissen verneinend ist, muss auch die Folgerung verneinend sein und ist einer der Sätze besonders, muss auch der Schlusssatz besonders sein. Sind beide Prämissen bejahend, so ist auch die Konklusion bejahend. Es gibt aber nicht nur Sätze, die eine Aussage über eine Gruppe von Individuen trifft, sondern auch so genannte einzelne Sätze, die von einem einzelnen Individuum ausgehen, wie beispielsweise "Patricia ist Schülermentorin" oder "Lea studiert Biologie". Daher müssen einzelne Sätze wie allgemeine Sätze angesehen werden, weil man aus zwei besonderen Sätzen nichts schließen kann.

# Eine (sehr) kurze Geschichte der abendländischen Erkenntnistheorie

HANNAH PILLIN

Damit wir zu Beginn der Sommerakademie nicht blindlings ins Neuland Philosophie stolperten, begannen wir damit, uns einen groben Überblick über die Arbeit unserer philosophischen Vorgänger zu verschaffen. Diesen sehr kurzen Überblick über die Geschichte der abendländischen Philosophie und insbesondere der Erkenntnistheorie wollen wir hier als Einführung in die Philosophie erläutern.



Im Großen und Ganzen begann die Geschichte der Philosophie in der Antike mit Sokrates, schriftlich überliefert durch dessen Schüler Platon, welcher von ca. 427v.Chr. bis 347v.Chr. lebte. Als die Menschen begannen, sich erste philosophische Fragen zu stellen, war eine der wichtigsten Fragen, wie man eigentlich wahre Aussagen treffen kann, bzw. wie man sie erkennen kann. Dies war dann auch die philosophische Frage, mit der sich unser Kurs sehr lange und ausgiebig beschäftigt hat: Wie gelangt man zu wahrer Erkenntnis? Schon Platon befasste sich mit dieser Frage und um sie zu beantworten, teilte er die Welt in zwei Kategorien auf. Demzufolge bestand die Welt aus dem sinnlich Wahrnehmbaren und den ewigen, übersinnlichen Ideen. Diese ewigen, übersinnlichen Ideen hatten es Platon angetan, sie waren für ihn die einzigen Dinge, die wirklich wahr sein können. Bewusst wertete er dadurch den Körper und somit die Sinneswahrnehmung ab und gilt so als der erste Begründer des Rationalismus, einer erkenntnistheoretischen Position, welche später noch genauer beleuchtet wird. Um den Einfluss, den Platon in der Philosophie hatte, deutlich zu machen, formulierte A. N. Whitehead: "The safest general characterization of the European philosophical tradition is that it consists of a series of footnotes to Plato" was soviel heißt wie "Alle abendländische Philosophie lässt sich als Fußnoten zu Platon verstehen".

Von keiner geringeren Bedeutung war jedoch ein Schüler Platons: Aristoteles. In seinen philosophischen Gedanken hob Aristoteles den großen Spalt, den Platon zwischen dem sinnlich Wahrnehmbaren und den übersinnlichen Ideen gezogen hatte, wieder auf, indem er sowohl sinnliche Gegenstände als auch die sinnliche Wahrnehmung auf dem Weg zu Erkenntnis als zwingend ansah. Laut Aristoteles konnte es nicht sein, dass man allein mit übersinnlichen Ideen, also rein geistigen Inhalten zu Erkenntnis gelangen kann. Wir haben uns dafür im Kurs ein ganz passendes Beispiel ausgedacht: Betrachten wir einen Tisch aus aristotelischer Sichtweise. Dabei stellen wir fest, dass wir einen Tisch nicht anhand einer übersinnlichen Idee erkennen, sondern dadurch, dass unsere Sinne, da sie schon oft das Bild eines Tisches aufgenommen haben, den Tisch anhand von bestimmten Merkmalen abstrahieren. So legte Aristoteles einen wichtigen Grundbaustein für eine zweite erkenntnistheoretische Position, er beschreibt die Methode des Empirismus. Dieser beschreitet den Weg zur Erkenntnis durch die Sinneswahrnehmung und die Induktion.

Aristoteles war außerdem insofern für unseren Kurs besonders wichtig, als dass er die oben erwähnten Prinzipien der klassischen Logik aufstellte. Zusammen genommen besagen sie, dass eine Aussage entweder wahr oder falsch sein muss. Diese Prinzipien werden in der Aussagenlogik, mit der wir uns näher beschäftigt haben, auch als Axiome bezeichnet. Ein Axiom ist eine für jedermann unmittelbar ersichtliche Aussage, die daher nicht deduktiv begründet werden muss. Wir verwendeten Aristoteles' Prinzipien daher, um in der Mathematik und speziell in der Aussagenlogik korrekte Beweise zu führen. Doch woher können wir eigentlich sicher sein, dass diese Prinzipien unbezweifelbar wahr sind? Genau solche Fragen, wie die nach der Nicht-Beweisbarkeit der Prinzipien der klassischen Logik, zu beantworten, sowie den Weg zu untersuchen, auf dem diese Erkenntnisse entstanden sind, ist die Aufgabe der Erkenntnistheorie. Um bei der Beantwortung dieser Fragen voranzukommen, haben wir, aber auch frühe Philosophen, skeptisch nachgefragt. In der Antike unterscheidet man zwei Gruppen von Skeptikern (vom Griechischen "skepsis" = prüfen, herumspähen), die sich auf verschiedene Arten ebenfalls mit der Frage, wie man zu wahrer Erkenntnis gelangt, beschäftigten. Auf der einen Seite postulierten Anhänger der von Platon gegründeten Akademie, einer Phi-

losophenschule: "Vielleicht gibt es wahre Erkenntnis, doch dessen kann man sich nie sicher sein." Diese Aussage hat uns nachdenklich gestimmt. Man muss sich doch in irgendetwas Wahrem sicher sein können! Wir wollten, ja wir verspürten geradezu den Drang dazu, zu wahrer Erkenntnis zu gelangen und beschäftigten uns sehr lange damit. Auf der anderen Seite gab es eine Gruppe von Skeptikern, welche den Lehren des Phyrron von Elis folgte. Ihre grundlegende These hieß wiederum: "Der Weise enthält sich jeder Aussage, denn nur dann kommt er zu Seelenruhe." Im Kurs folgten wir der Herangehensweise der platonischen Akademie, weil uns ihre These einfach nicht losließ und wir etwas finden wollten, dass das Gegenteil bewies.



Der Logikkurs beim Sportfest.

Symbolisch für das Ende der Antike und den Anbruch des Mittelalters steht die Schließung der platonischen Akademie im Jahr 529. Die abendländische Philosophie war fortan stark christlich geprägt und auf ein christliches Weltbild hin ausgerichtet, da die allermeisten Philosophen Kleriker waren. Die Philosophie zweifelte nicht an Gott und Kirche, sondern Denkprozesse philosophischer Art und Argumentationsweise stützen oftmals die Kirche. Im Mittelalter scheint es, als ob den Philosophen die Ideen ausgingen, was natürlich so nicht ganz stimmt. Dies hängt mit der scholastischen Vorgehensweise zusammen: Man prüfte und untersuchte Texte älterer Philosophen und bildete sich mit der sogenannten "Sic et non"-Methode durch Sammeln von Pro- und Kontra Argumenten eine eigene Meinung zu dem Text. Selten finden sich in mittelalterlichen Werken daher neue Ansätze zur Beantwortung unserer erkenntnistheoretischen Frage. Aurelius Augustinus aber war einen Schritt weiter. Er sah einzig die Existenz als sicher und sagte: "Si fallor, sum – Wenn ich mich nämlich täusche, bin ich." Ganz ähnlich war später auch die Argumentationsweise von René Descartes. Doch bevor es dazu kommen konnte, kam es in der Renaissance sowohl in der Welt, als auch in der Philosophie zu gewaltigen Umbrüchen. Plötzlich kam Galileo Galilei, der ein ganz neues Weltbild aufstellte. Er verwarf das bisher gültige geozentrische Weltbild mit dem heliozentrischen Weltbild und verwies damit den Menschen aus dem Mittelpunkt des Universums. Dank der Erfindung des Buchdruckes konnte solches Gedankengut schnell und weit verbreitet werden - Bücher konnten fortan gedruckt werden, anstatt abgeschrieben werden zu müssen. Ebenso herrschte ein frischer Wind in der Philosophie, denn man kam von der Scholastik ab. Des Weiteren sahen Philosophen, dass die Naturwissenschaft viele neue Erkenntnisse mit ihrer wissenschaftlichen, klaren Methode erlangt, was man von der Philosophie nicht gerade behaupten konnte. Daher sehen wir seither eine zunehmende Orientierung der Philosophie an naturwissenschaftlicher, bzw. mathematischer Methodik. Ein Vorreiter in dieser mathematisch klaren Methodik der Erkenntnisgewinnung ist René Descartes, der wohl bekannteste Begründer des Rationalismus.

Der französische Philosoph René Descartes lebte vom 31. März 1596 bis zum 11. Februar 1650. Wie wir, machte er sich Gedanken, wie man zu wahrer Erkenntnis gelangen kann und befasste sich außer mit der Philosophie auch mit Mathematik und den Naturwissenschaften. Mit Descartes beginnt das Zeitalter der Aufklärung. Er war einer der ersten, die sich in der Philosophie nicht mehr mit der Kirche, sondern mit dem Dasein, der Existenz an sich beschäftigten. Im Zeitalter der Aufklärung kommt es nun zum offenen Widerspruch der beiden erkenntnistheoretischen Positionen, die wir schon angesprochen haben. Einmal die Schule des Empirismus, und zum anderen die Schule des Rationalismus. Diese beiden sind genau gegenteiliger Ansicht, wie man zu wahrer Erkenntnis gelangt. Die Rationalisten sind der Meinung, dass man durch Mathematik und Deduktion zu

Erkenntnis gelangt, die Empiristen sagen, dass man durch Sinneswahrnehmungen zu wahrer Erkenntnis gelangt.

Doch was ist jetzt die bessere Methode? Das interessierte uns brennend! Wir hofften, mit Descartes der Lösung näher zu kommen und lasen daher die ersten beiden seiner Meditationen, in denen er den methodischen Zweifel einführte und nutzte. Das heißt, er verwarf alles, was ihm nicht unbezweifelbar erschien. Descartes realisierte, dass er in seiner Jugend oft von seinen Sinnen getäuscht worden war. Aber woher, fragte er sich, kann man sich sicher sein, dass man nicht immerzu getäuscht wird? Was, wenn alles, was wir wahrnehmen nur Trug ist? Er beschloss alles, was er bisher für wahr gehalten hatte, anzuzweifeln. Alles, was ihm den geringsten Grund zum Zweifeln gab, wollte Descartes verwerfen, um irgendwann auf unbezweifelbare Fundamente zu stoßen. Er stellte fest, dass vieles, was er bisher als unbezweifelbar angesehen hatte, durch Sinneswahrnehmung entstanden war. "Doch träume ich das alles vielleicht nur? Aber wie kann man denn Träumen von Wachen unterscheiden?" Auf diese Frage fand Descartes keine plausible Antwort. Auch wir versuchten dies, scheiterten aber ebenfalls. Daher musste er die Sinneswahrnehmung als unwahr und trügerisch ansehen. Immerhin musste es etwas Wirkliches geben, denn sonst könnten wir uns auch im Traume nichts vorstellen. So stellte er fest, dass zwar die Naturwissenschaften, wie z.B. die Physik, die ihre Erkenntnisse durch Sinneseindrücke gewinnt, anzweifelbar sind, nicht aber Mathematik und Arithmetik, die nicht anzweifelbar sind, da beispielsweise 2+3 immer 5 ergibt.

In seiner zweiten Meditation sucht Descartes erneut hartnäckig nach irgendetwas, das nicht anzweifelbar ist. Und das findet er nach langem Nachdenken auch: Körper, Gliedmaßen, Sinne, all das kann man von ihm abtrennen, doch eines bleibt, sein Verstand, der unbezweifelbar an ihn gekoppelt ist. Laut Descartes ist er selbst also ein denkendes Ding, denn selbst wenn er immerzu getäuscht wird, muss da etwas sein, das getäuscht wird. Das "Ich" ist also ein denkendes, zweifelndes Ding. So gelangt Descartes zu seiner These:

"Cogito, existo"— "Ich denke, ich bin," was auch als "Ich denke, also bin ich" bekannt ist.

Descartes postuliert ebenfalls, dass Erkenntnisse, die er durch seine Sinne zu treffen scheint, allein durch den Geist gewonnen werden. Wenn man nämlich einen Stoff beobachtet, welcher sich verändert, dann weiß man allein durch seinen Geist immer noch, dass es derselbe Stoff bleibt. Mit dieser Erkenntnis gilt Descartes als einer der ersten Begründer und Befürworter des Rationalismus, der die Sinneseindrücke als falsch ansieht und sich an der Methode der Mathematik orientiert. Dies war ein Meilenstein in der Beantwortung der Frage: "Wie gelange ich zu wahrer Erkenntnis?"

### Rationalismus und Empirismus

LISA ADAMS

Wie bereits angesprochen haben wir uns mit den zwei dominierenden Positionen zur Erkenntnistheorie im Zeitalter der Aufklärung beschäftigt: dem *Empirismus* und dem *Rationalismus*. Der wesentliche Unterschied zwischen diesen beiden erkenntnistheoretischen Positionen ist die Quelle der Erkenntnis, weshalb der Empirismus andere Methoden als der Rationalismus verwendet.

René Descartes gilt als einer der Begründer des Rationalismus. Er traut seinen Sinnen nicht, weil sie ihn schon im Traum getäuscht haben. Daher sieht der Rationalismus nur die Vernunft als Quelle wahrer Erkenntnis. Also sehen die Methoden folgendermaßen aus:

- Logik der Mathematik
- Intuition
- Deduktion

Die Logik der Mathematik wird verwendet, weil ihre Schlüsse zwingend sind. Inzwischen weiß man zwar, dass nicht alle wahren Sätze in der Mathematik beweisbar sind bzw. die Mathematik Widersprüche enthalten kann, doch zu Zeiten Descartes galten bewiesene mathematische Sätze als unanzweifelbar, was eine gute Voraussetzung dafür ist, wahre Erkenntnis zu erlangen. Bestimmte Sätze jedoch sind so grundlegend, dass man sie intuitiv als wahr erkennt, wie

beispielsweise die Prinzipien der klassischen Logik. Für Rationalisten galten auch solche durch Intuition erkannte Prinzipien als wahr und mussten daher nicht bewiesen werden. Ein Beispiel für ein solches Prinzip (dem Bivalenzprinzip) ist:  $\varphi$  oder nicht  $\varphi$ . Wenn ein Rationalist herausfinden will, ob der oben genannte Satz wahr ist, dann hört er auf seine Intuition, die ihm sagt, dass der Satz wahr ist. Dann erkennt ihn der Rationalist auch als wahr an. Aus solchen intuitiv als wahr erkannten Axiomen lassen sich dann per Deduktion weitere wahre Aussagen erschließen. Die Deduktion ist ein zwingender Schluss, weil man von der Allgemeinheit auf etwas Besonderes schließt, das in der Allgemeinheit enthalten ist. Wenn man z.B. weiß, dass alle Zahnärzte dieser Welt diese Dokumentation lesen, dann wissen wir auch, dass alle Zahnärzte aus Berlin diese Dokumentation lesen. Mit dieser Methodik der Intuition und Deduktion trauen die Rationalisten ihrem Verstand also sehr viel zu. Trotzdem gibt es auch einige Probleme, wenn man nur durch den Rationalismus wahre Erkenntnis erlangen will. Woher wissen wir, dass wir uns auf unsere Intuition verlassen können? Beispielsweise kann man in der Mathematik Sätze beweisen, die man intuitiv für falsch hält und umgekehrt hat man sich jahrelang in der durch Intuition erlangten Erkenntnis: "Alle wahren Sätze der Mathematik sind beweisbar" getäuscht. Auch ist es schwierig in allen Naturwissenschaften Erkenntnis zu erlangen, wenn man seinen Sinnen nicht vertraut. So kann man z.B. in der Chemie und der Physik keine Experimente machen, und in der Biologie die Natur nicht beobachten.



Das zuletzt genannte Problem der Rationalisten tritt bei den Empiristen nicht auf. Ihrer

Meinung nach sind die Sinne nämlich der einzige Weg, um Wissen und Erkenntnis zu erlangen. Ihre Methoden sind:

- Naturwissenschaftliche Beobachtung
- Induktion

Naturwissenschaftliche Beobachtung bedeutet natürlich nicht nur, dass man dem Gras beim Wachsen zusieht, auch Experimente und Versuche sind in dem Begriff mit eingeschlossen. Die Induktion ist ein nicht zwingender Schluss, d. h. man schließt von etwas Besonderem auf etwas Allgemeines. Um das zu verstehen, betrachten wir folgendes, alltägliches Beispiel: Wir sehen jeden Tag, dass die Sonne aufgeht, deshalb sind wir uns ziemlich sicher, dass die Sonne am folgenden Tag auch aufgehen wird. Aber es könnte ja sein, dass die Sonne in fünf Minuten verglüht, dann würde sie morgen nicht mehr aufgehen und unser Schluss wäre falsch. Damit haben wir das erste Problem des Empirismus erkannt: Die Induktion ist nicht zwingend und daher kann man sich über die Wahrheit der damit formulierten Schlüsse nie sicher sein. Außerdem braucht man als Empirist trotzdem den Verstand um zu wahrer Erkenntnis zu gelangen, weil man die Informationen die man über die Sinne erlangt, ja auf irgendeine Art und Weise verarbeiten und speichern muss.

In unserem Kurs haben wir den langjährigen Streit zwischen den Empiristen und den Rationalisten einmal selbst nachgestellt, indem wir uns zuerst nach Interessenlage in die zwei Gruppen aufgeteilt haben. Während sich die Rationalisten mit dem Discours de la méthode pour bien conduire sa raison, et chercher la vérité dans les sciences von René Descartes beschäftigten, lasen die Empiristen David Humes Inquire concerning human understanding. Danach prallten beide Positionen aufeinander und es entstand eine hitzige Diskussion darüber, ob Empirismus oder Rationalismus die richtige erkenntnistheoretische Position sei. Nach dieser Diskussion kamen wir zu dem Schluss, dass wir die beiden Wege zum Erlangen von Erkenntnis miteinander verknüpfen müssen, um eine "Bedienungsanleitung für das Denken" zu schreiben, mit der alle zufrieden sind. Doch auf diese kamen wir erst später zurück, denn um unsere Bedienungsanleitung allgemein formulieren zu können mussten wir uns erst über die Art unseres Denkens klar werden – und dabei half uns Kant.

# Immanuel Kant und die kopernikanische Wende

GIULIA DOVICO

Immanuel Kant hatte Lea schon in ihrer Einführung in die Geschichte der Erkenntnistheorie zu Beginn der Akademie erwähnt. Nun kamen wir auf ihn zurück, um die Begriffe Wissenschaft und Metaphysik zu klären. Sämtliche Vorschläge unserer Seite diese Begriffe zu definieren, stifteten eigentlich nur noch mehr Verwirrung. Im Bezug auf die Wissenschaft einigten wir uns auf: "Prozess methodisch betriebener Forschung." Außerdem hatten einige gelesen, dass die Metaphysik eine philosophische Disziplin sei. Doch um was es in der Metaphysik geht, konnten wir uns nur Stück für Stück wie ein Puzzle zusammenreimen. Die Metaphysik behandelt die letzten großen Fragen wie die nach dem Sinn der Welt, beschäftigt sich mit eher schwammigen Begriffen wie Freiheit, Unsterblichkeit und Gott oder sucht nach Grundstrukturen der Wirklichkeit. Wir waren alle etwas konfus, vor allem weil die Physik uns als Wissenschaft bekannt war, aber was hieß dieses Meta? Meta ist griechisch und bedeutet soviel wie "hinter, nach". Oft wird die Entstehung des Begriffs auf eine bibliothekarische Ordnung der Bücher von Aristoteles zurückgeführt. Dort fanden die Bücher, die sich mit den oben genannten Themen befassten, ihren Platz hinter denen zur Physik. Allerdings ist Physik eine Wissenschaft und die Metaphysik schien die methodische Forschung, die jeder Wissenschaft zugrunde liegt, nicht zu besitzen. Tatsächlich war die Metaphysik vor Kant nur "ein bloßes Herumtappen" und keine wissenschaftliche Disziplin. Der Königsberger Philosoph hatte sich mit der Frage beschäftigt, wie Metaphysik als Wissenschaft möglich ist. Er veröffentlichte 1781 die Kritik der reinen Vernunft, in der er die Metaphysik neu begründete. Denn seine Untersuchungen ergaben, dass die traditionelle Metaphysik, die nur auf Nachdenken basierte und damit subjektiv war, unmöglich

zu einem allgemein akzeptierbaren Ergebnis kommen könne. Er wollte nun wissen, ob die Möglichkeit für eine wissenschaftliche Metaphysik besteht. Gibt es Gesetzmäßigkeiten für nicht physikalische Dinge wie den Verstand? Kant dachte über das Denken nach und zwar auf sehr überzeugende, weil methodische Art und Weise. Lea hatte uns einen Auszug aus der Kleinen Geschichte der abendländlichen Metaphysik von Jörg Disse mitgebracht, in dem er sich auf Kant bezog, den wir zusammen lasen.

Kant definiert Urteile, die die Wissenschaftlichkeit der Metaphysik garantieren sollen. Diese Urteile heißen synthetische Urteile a priori. Urteile a priori sind für Kant Urteile, die von allen Sinneseindrücken unabhängig und vor aller Erfahrung sind. Ein Beispiel für ein apriorisches Urteil ist 7 + 5 = 12. Dagegen sind Urteile a posteriori Urteile, die ihren Ursprung in Sinneseindrücken haben. Ein Beispiel dafür ist: "Das Wasser gefriert bei 0 Grad Celcius." Aposteriorische Urteile sind nicht zwingend (es könnte ja sein, dass alle meine Beobachtungen, die mich auf den Gefrierpunkt des Wassers haben schließen lassen, nur zufällig immer null Grad ergeben haben) und daher für Kant unbrauchbar, denn er will gesicherte Erkenntnis erlangen. Ebenfalls ausgeschlossen werden analytische Urteile, das Gegenteil von synthetischen Urteilen. Analytische Urteile sind solche, deren Prädikat schon im Subjekt enthalten ist und die daher keine neuen Erkenntnisse liefern. Unser beliebtestes Beispiel war folgendes: "Ein Junggeselle ist ein unverheirateter Mann." In dem Begriff "Junggeselle" ist schon enthalten, dass es sich um einen unverheirateten Mann handelt.

Synthetische Urteile hingegen sind Urteile, die durch Verknüpfung entstehen und Erkenntnisse über das Subjekt zum Ausdruck bringen. Ein Beispiel ist: "Dieses Wasser enthält Bakterien." Nachdem diese Begriffe definiert worden waren, war uns die Sache aber kaum klarer. Stattdessen kamen wir nun zu dem Teil, für dessen Inhalt Kant vor allem berühmt ist: Er versöhnte die beiden gegensätzlichen Strömungen des Empirismus und des Rationalismus. Der Streit dieser Positionen ist für Kant in Anbetracht des Erfolges der Naturwissenschaften, die sich beider Quellen bedienen, schlicht

unangebracht. Er erklärt, dass nicht nur dem Verstand, sondern auch den Sinneswahrnehmungen apriorische Strukturen zu Grunde liegen und dass wir beide "Stämme der menschlichen Erkenntnis", wie er sie nennt, brauchen, um neue Erkenntnisse zu erlangen. Die Sinne brauchen den Verstand, denn sonst können ihre Reize nicht verarbeitet werden und die Information geht verloren. Und der Verstand braucht die Sinnlichkeit, um zum Beispiel den Begriff "Stuhl" mit dem entsprechenden Gegenstand verbinden zu können. Aber welche apriorische Strukturen liegen der sinnlichen Wahrnehmung denn zu Grunde?

Hierzu ein Gedankenexperiment: Die Sinnlichkeit kann man mit einer Brille gleichsetzen, die man immer auf der Nase hat und nicht abnehmen kann. Nicht abnehmen deshalb, weil uns nicht die Möglichkeit gegeben ist, von einem Standpunkt außerhalb unserer Wahrnehmung auf diese zu blicken. Nun beobachten wir, welche Strukturen immer in unseren Wahrnehmungen vorkommen. Hat die Brille zum Beispiel rote Gläser, wird diese Farbe in allen unseren Wahrnehmungen auftauchen und wir können auf die Struktur der Brille schließen, nämlich dass sie rote Gläser hat. Nun überlegten wir uns, welche Strukturen immer in unserer Wahrnehmung auftauchen. Diese Strukturen sind Zeit und Raum.

Aber wie wirken sich diese apriorischen Strukturen auf unsere Vorstellung aus? Wenn wir uns eine Linie vorstellen, so stellen wir uns diese Linie innerhalb eines Raumes vor, zum Beispiel auf einem Blatt Papier. Wir stellen uns auch die Zeit vor, die wir brauchen, um zwei Punkte zu einer Linie zu verbinden. Jemand warf ein, dass man dann aber auch die Farbe hinzunehmen müsse, schließlich stellt sich doch wohl jeder die Linie in einer Farbe vor. Maurice argumentierte dagegen: Er begründete es physikalisch, indem er zu bedenken gab, dass die Voraussetzung für Farbe Licht sei und wenn es nur Zeit und Raum gebe, dann könne man ohne Licht nur alles schwarz sehen und schwarz sei keine Farbe.

Nachdem wir alle Unklarheiten beseitigt und uns noch einmal ins Gedächtnis gerufen hatten, was *synthetisch* und *a priori* bedeutet, wagten

wir uns nach einer kleinen Pause an den letzten Teil mit dem verwirrenden Titel *Transzenden*tale *Deduktion*.

Transzendental ist die Erkenntnis, die sich mit unserer Erkenntnisart von Gegenständen beschäftigt (nicht zu verwechseln mit transzendent also dem, was über unsere Erkenntnismöglichkeiten hinausgeht) und transzendentale Deduktion ist das Einordnen der Wahrnehmungen in den Verstand.



In diesem Teil lernten wir ein Begriffsmonstrum kennen, das bald zu unserem Lieblingswort wurde, die transzendentale Einheit der Apperzeption. Laut Kant gibt es in uns eine Einheit, die mehrere Urteile, die wir uns gebildet haben, mit verschiedenen Kategorien verbindet, sie also in eine Art Schubladen einordnet. Diese Kategorien sind die apriorischen Strukturen des Verstandes und damit auch die Voraussetzung für allgemeine und notwendige Erkenntnis. Ein Beispiel: Eine Kategorie ist die der Kausalität. Wenn man sagt: "Der Kaffee ist kalt, weil er schon so lange da steht", dann können unsere Sinne den Kaffee und die Kälte erkennen und der Verstand erinnert sich daran, dass er schon lange da steht. Die kausale Verknüpfung der beiden Aussagen (das "weil" im Satz, wenn man so möchte), hat aber irgendetwas jenseits der beiden Erkenntnisquellen eingefügt: die transzendentale Einheit der Apperzeption. Dann kann der Verstand erkennen, dass das lange Dastehen der Grund für das Kaltwerden des Kaffees war.

Und dann begriffen wir endlich, was synthetische Urteile a priori sind: Es sind durch unsere Sinneswahrnehmung entstandene synthetische Urteile, die durch die transzendentale Einheit der Apperzeption in die apriorischen Struktu-

ren unseres Verstandes eingeordnet und somit allgemein und notwendig werden. Allgemein heißt, dass die transzendentale Einheit der Apperzeption nie an Gültigkeit verliert, weil sie sich niemals ändert. Heute wissen wir, dass unser Wahrnehmungsapparat sich im Laufe unserer Kindheit weiterentwickelt und keinesfalls von Anfang an vollständig ausgebildet ist. Kant wusste das noch nicht und ging davon aus, dass Menschen mit begrenzten Wahrnehmungsmöglichkeiten einfach Strukturen der Erkenntnis fehlen. Notwendig heißt, dass sie zwingend so sein muss und nicht anders sein kann.

Ein Beispiel für ein synthetisches Urteil a priori wäre somit das Urteil "Der Junggeselle ist hübsch." Dieses ist ein synthetisches Urteil, weil die Definition von Junggeselle nicht beinhaltet, dass er hübsch ist. Und es ist apriorisch, weil es wie jede andere Wahrnehmung in eine Struktur des Verstandes eingeordnet wurde (die der Qualität) und auch noch existiert, wenn die betreffende Person schon vorbei gelaufen ist.

Wir hatten durch den Text erfahren, dass die Kategorien des Verstandes die Bedingung der Möglichkeit für objektive Erkenntnis sind, es aber ohne die Sinne auch nicht geht. Nun versuchten wir, eine Art Bedienungsanleitung für das Denken aufzustellen. Wir kamen auf ein nicht besonders zufrieden stellendes Ergebnis, nämlich, dass es verteufelt schwer ist denkend herauszufinden, wie das Denken funktioniert. Hier unser erster Versuch:

- 1. Augen auf und Hirn einschalten.
- 2. Weitere Erkenntnisse durch Logik erschließen.
- 3. Lass Deine transzendentale Einheit der Apperzeption die Mannigfaltigkeit der sinnlichen Wahrnehmung zu Begriffen zusammenfassen und damit notwendige und allgemeine Urteile formen.

Aber als wir unsere Anleitung an Beispielen ausprobierten, kamen wir ziemlich schnell an eine unüberwindbare Grenze. Den dritten Punkt wollten wir nicht antasten, aber manchmal reichen die Augen allein nicht und manche logischen Schlüsse, wie die Induktion, sind subjektiven Ursprungs. Wie hat Kant das nur geschafft?

Kants Kritik der reinen Vernunft, wobei mit Kritik hier Untersuchung gemeint ist, war revolutionär. Durch sie wurde die sogenannte kopernikanische Wende der Philosophie ausgelöst. Nicht die Erkenntnis sollte sich nach den Gegenständen, sondern die Gegenstände nach den Strukturen unserer Erkenntnis richten. Diese 180-Grad-Wende in der Philosophie trägt deshalb den Namen des berühmten Astronoms, weil man die beiden Systeme gut miteinander vergleichen kann. So wie laut Kopernikus die Planeten um die Sonne kreisen, so kreisen bei Kant die erkannten Gegenstände um den Verstand, aber nur so, wie wir sie erkannt haben, sie müssen nicht wirklich so sein.

Es bleibt nur noch die Frage, wie man auf solche Gedanken kommt. Aber da müssten wir Kant, glaube ich, selbst fragen können.

#### Was ist Wahrheit?

LENNARD FRANZ

Das Ziel aller Wissenschaften ist es, die Wahrheit zu finden. Die Religionen meinen, die Wahrheit bereits zu kennen. Zwischen Menschen spielt die Wahrheit auch eine sehr große Rolle. In unserem Kurs sind wir auf die Frage: "Was ist Wahrheit?" gestoßen, als wir gerade über die wahre Erkenntnis diskutierten. Wir haben über diese Frage viel diskutiert, und wir kamen zu dem Schluss, uns mit verschiedenen Wahrheitstheorien beschäftigen zu wollen.

Jeweils zu dritt beschäftigten wir uns mit einer Wahrheitstheorie. Die Gruppen recherchierten und diskutierten intern, bis jede Gruppe ihre Wahrheitstheorie vorstellen konnte. Los ging es mit der Korrespondenztheorie der Wahrheit, die besagt, dass Aussagen genau dann wahr sind, wenn sie mit der Realität übereinstimmen (korrespondieren). Wenn also die Tatsache mit der Aussage übereinstimmt, dann ist die Aussage nach der Korrespondenztheorie wahr. Zum Beispiel: Die Aussage "Das Auto ist grün" ist dann wahr, wenn das Auto grün ist. So weit so gut, aber in unserem Kurs kam dabei die Frage auf, was passiert, wenn jemand rot-grün blind ist. Dann würde er es doch nicht für die Wahrheit halten, dass das Auto grün ist. Die Aussage würde nicht mit seiner Realität übereinstimmen und er wäre der Meinung, dass sie falsch ist. Oder wenn zum Beispiel jemand sagt: "Sie liebt mich" und davon überzeugt ist, dann hält er es auch für die Wahrheit, obwohl es vielleicht gar nicht stimmt. Wahrheit ist also ein subjektiver Begriff. Das löste eine lange Diskussion aus, an deren Ende wir zu dem Schluss kamen, dass Wahrheit objektiv sein sollte. Wir waren mit dem Ergebnis dieser Diskussion solange zufrieden, bis die nächste Gruppe eine weitere Wahrheitstheorie in den Raum stellte – die sprachorientierte Wahrheitstheorie.



Für sprachorientierte Wahrheitstheorien geht Wahrheit nicht aus dem Denken oder der Korrespondenz mit der Realität hervor, sondern Wahrheit ist eine Eigenschaft von sprachlichen Gebilden. Im Satz "Das Auto ist grün" steht dann nicht die Farbe des Autos zur Debatte, sondern die Sprache mit der diese Aussage getroffen wird. Alfred Tarski gründete die einflussreichste unter den sprachlichen Wahrheitstheorien, die semantische Wahrheitstheorie: Damit man Aussagen mit Wahrheitswerten belegen kann, muss man die Sprache hierarchisieren. Man benötigt eine Sprache, mit der man

über Sprache sprechen kann, deshalb trennte er die Sprache in *Metasprache und Objektsprache*. Nach der Vorstellung dieser Wahrheitstheorie waren viele unter uns ein wenig hilflos, was denn nun Wahrheit ist. Gerade eben waren wir uns darüber einig geworden, dass Wahrheit ein objektiver Begriff ist und jetzt merkten wir, dass man Wahrheit auch von einer ganz anderen Seite betrachten kann.

Die nächste Wahrheitstheorie brachte uns wieder ein Stück unserer Diskussionsfreudigkeit und der Überzeugung, der richtigen Meinung zu sein, zurück – die Kohärenztheorie der Wahrheit. Wenn eine Aussage Teil eines kohärenten Systems von Aussagen ist, dann ist sie nach der Kohärenztheorie wahr. Das heißt, dass ein Satz, wenn er in eine inhaltlich zusammenhängende Gesamtmenge von Sätzen widerspruchslos passt, wahr ist. Bei vielen von uns traf das auf Unverständnis, denn es kann sein, dass eine Aussage in der einen Theorie wahr, in der anderen aber falsch ist.

Daraufhin wurde uns von der nächsten Gruppe die pragmatische Wahrheitstheorie vorgestellt, deren Vertreter davon überzeugt sind, dass die Handlung das Kriterium ist, dem der Wahrheitsanspruch genügen muss. Im Klartext: Wenn das, was wir basierend auf der Satzaussage tun, etwas Brauchbares hervorbringt, dann ist es wahr. Ähnlich ist die Vorgehensweise in der Wissenschaft, weil Theorien solange als wahr angesehen werden, bis man sie widerlegt. Aber könnten dann nicht auch falsche Aussagen nützlich sein? Ja, und deshalb haben wir auch dieser Wahrheitstheorie nicht zugestimmt, da Nutzen für uns nicht gleichbedeutend mit Wahrheit ist.

Zu guter Letzt wurde uns die Konsenstheorie der Wahrheit vorgestellt. Eine Aussage ist
ihr zufolge dann wahr, wenn ein Konsens über
ihre Wahrheit besteht. Dieses Konzept funktioniert aber nur, wenn jedes Mitglied des Zusammenschlusses, der über die Wahrheit einer Aussage bestimmt, die jeweilige Sprache beherrscht,
sich in dem entsprechenden Gebiet auskennt
und auch den Willen hat, etwas Sinnvolles auszuarbeiten. Aber wieso sollte dieser Zusammenschluss Recht haben? Daraufhin bildeten
sich in unserem Kurs zwei Meinungen heraus:

Einerseits kann eine Aussage nicht per Abstimmung wahr gemacht werden, da die Menschen, die im Konsens über die Wahrheit einer Aussage sind, selbst vielleicht gar nicht wissen, was wahr ist oder nicht. Andererseits kann eine Aussage allgemein nachvollziehbar oder zumindest sehr wahrscheinlich sein und deshalb von vielen Menschen als wahr akzeptiert werden.

Insgesamt zeigte sich, dass die Wahrheit eher subjektiv geprägt ist und wir nicht mehr von einem objektiven Begriff ausgehen können. Nach einer letzten, ausführlichen Diskussion fanden viele von uns die Korrespondenztheorie am einleuchtensten und plausibelsten. Doch das warf eine neue Frage bei uns auf: Die Korrespondenztheorie sagt, dass Aussagen dann wahr sind, wenn sie mit der Realität übereinstimmen, doch wie können wir beweisen, dass das, was wir für die Realität halten, auch wirklich die Realität ist (vgl. grünes Auto)? Diese Frage wurde weiter oben bereits im Rahmen der Erkenntnistheorie aufgegriffen.

#### Mathematische Beweise

GREGOR ENGLERT

Neben dem Kennenlernen und der Einführung in die Philosophie von Aristoteles beschäftigten wir uns während des Eröffnungswochenendes mit verschiedenen mathematischen Beweistechniken, die uns im Sommer als Handwerkszeug für den mathematischen Teil unseres Kurses dienten. So lernten wir innerhalb weniger Kursstunden fünf unterschiedliche Verfahren kennen, mit denen wir sowohl einfache, als auch komplexe mathematische Sachverhalte beweisen konnten.

#### Der direkte Beweis

Beim direkten Beweis wird die zu zeigende Aussage durch Umformungen aus den Voraussetzungen und bereits bekannten Aussagen gewonnen.

Beispiel: Sind a und b ungerade natürliche Zahlen, so ist a + b gerade.

Beweis: Da a und b ungerade sind, können wir

auch schreiben

$$a = 2m + 1, b = 2n + 1,$$

wobei m und n natürliche Zahlen sind. Hieraus folgt

$$a + b = (2m + 1) + (2n + 1)$$
$$= 2m + 2n + 2 = 2(m + n + 1)$$

Folglich muss a + b gerade sein, da man 2(m + n + 1) durch 2 teilen kann.

#### Der indirekte Beweis

Durch das Beweisen der logischen Umkehrung eines Satzes wird der Satz selbst bewiesen. Für einen Satz wie "Wenn es regnet, ist die Straße nass" ist die logische Umkehrung "Die Straße ist nicht nass, also regnet es nicht".

Beispiel: Eine vollkommene Zahl (das ist eine Zahl, die gleich der Summe ihrer echten Teiler ist, wie 6 = 1 + 2 + 3) ist nicht prim.

Beweis: Wir zeigen die logische Umkehrung, also, dass eine Primzahl nicht vollkommen ist. Sei p eine Primzahl. Dann ist 1 der einzige echte Teiler. Da 1 aber keine Primzahl ist, ist p nicht vollkommen.

#### Der Widerspruchsbeweis

Beim Widerspruchsbeweis wird eine Aussage gezeigt, indem durch die Annahme ihres Gegenteils ein logischer Widerspruch abgeleitet wird.

Beispiel:  $\sqrt{2}$  ist irrational.

Beweis: Angenommen  $\sqrt{2}$  ist rational, also

$$\sqrt{2} = \frac{p}{a},$$

wobei p und  $q \neq 0$  ganze und teilerfremde Zahlen sind (sonst kann man den Bruch kürzen). Es folgt

$$2 = \frac{p^2}{q^2} \quad \Rightarrow \quad 2q^2 = p^2.$$

Hieraus folgt, dass  $p^2$  und somit auch p selbst eine gerade Zahl ist, also p = 2k. Es folgt

$$2q^2 = p^2 = 4k^2 \quad \Rightarrow \quad q^2 = 2k^2.$$

Somit ist  $q^2$  und damit auch q gerade. Da aber p und q teilerfremd sind, folgt ein Widerspruch! Folglich ist  $\sqrt{2}$  irrational.

#### Der Äquivalenzbeweis

Als viertes lernten wir den Äquivalenzbeweis kennen, mit dem ein Satz wie "Eine Zahl ist genau dann gerade, wenn ihr Quadrat gerade ist" bewiesen werden kann. Bei solch einem Satz muss man nicht nur beweisen, dass, wenn eine Zahl gerade ist, auch ihr Quadrat gerade ist, sondern auch, dass, wenn das Quadrat gerade ist, auch die Zahl selbst gerade ist. Den Satz selbst kann man durch zwei einfache Überlegungen schnell beweisen.

Zu beweisen ist: n gerade  $\Leftrightarrow n^2$  gerade. Jetzt sind beide Richtungen des Äquivalenzpfeils zu zeigen:

1) "
$$\Rightarrow$$
":  $n$  gerade  $\Rightarrow n^2$  gerade 
$$n=2m \ \Rightarrow \ n^2=(2m)^2$$
 
$$=4m^2=2\cdot 2m^2=2k,$$

also ebenfalls eine gerade Zahl.

2) " $\Leftarrow$ ":  $n \text{ gerade} \Leftarrow n^2 \text{ gerade}$ 

Diese Aussage kann indirekt gezeigt werden: Sei n = 2m + 1 ungerade. Dann ist

$$n^{2} = (2m+1)^{2} = 4m^{2} + 4m + 1$$
$$= 2(2m^{2} + 2m) + 1 = 2k + 1,$$

also eine ungerade Zahl.

#### Die vollständige Induktion

Diese Beweisart war die anspruchsvollste, die wir in der kurzen Zeit des Eröffnungswochenendes kennen gelernt haben. Sie kann angewendet werden, wenn eine Aussage für alle natürlichen Zahlen n gezeigt werden soll. Beim Induktionsanfang wird die Aussage für das kleinstmögliche n gezeigt. Im Induktionsschritt nimmt man an, dass die Aussage für ein beliebiges n bereits gilt und folgert daraus, dass die Aussage auch für n+1 wahr ist.

Beispiel: Die Summe der ersten n ungeraden Zahl ist  $n^2$ , also

$$1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2.$$

Induktionsanfang: n = 1:  $1 = 1^2$ . Induktionsannahme: Es gelte

$$1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$$

für ein n.

Induktionsschritt:

$$1+3+5+\ldots+(2n-1)+(2(n+1)-1)$$

$$= n^2 + (2(n+1) - 1) = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$$

Wie sich während der Sommerakademie herausstellte, waren die Beweistechniken, die wir am Eröffnungswochenende kennengelernt haben, die entscheidenden Werkzeuge für den Mathematikteil unseres Kurses. Daher bestand ein großer Teil der Aufgabenblätter, die wir zwischen dem Eröffnungswochenende und der Sommerakademie bearbeitet haben, aus verschiedenen Übungen zu diesen Beweisarten. Dieses Wissen wird uns aber sicherlich auch für unsere weitere Zukunft in der Schule von Nutzen sein, da dort die Beweise, die hinter den behandelten Sätzen und Regeln stehen, meist vernachlässigt werden. Während der Sommerakademie benötigten wir diese Beweistechniken für die Aussagenlogik und für unsere Überlegungen zur Unendlichkeit, die im nächsten Abschnitt vorgestellt werden.



#### Unendlichkeit

Sebastian Wössner

Gibt es eigentlich mehr ganze Zahlen oder mehr natürliche Zahlen? Beide Zahlenmengen haben unendlich viele Elemente, aber die ganzen Zahlen enthalten die natürlichen Zahlen und noch alle negativen ganzen Zahlen dazu. Trotzdem gibt es von beiden Mengen gleich viele Elemente. Das kann man zeigen, indem man jeder ganzen Zahl eine natürliche Zahl zuordnet und umgekehrt:

Natürliche Zahlen	Ganze Zahlen
0	0
1	1
2	-1
3	2
4	-2
5	3
6	-3

In diesem System wird garantiert jede ganze und jede natürliche Zahl genau einmal vorkommen. Folglich umfassen beide Mengen genau gleich viele Elemente. Eine solche unendliche Menge, bei der jedem Element genau eine natürliche Zahl zugeordnet werden kann, heißt abzählbar unendlich.

Auch die Menge der rationalen Zahlen ist abzählbar unendlich. Alle rationalen Zahlen sind als Brüche darstellbar. In dieser Tabelle wird nun von einem Bruch zum nächsten abgezählt, indem man in der oberen Zeile anfängt und dann diagonal nach links bis zum linken Rand durchzählt. Die Brüche, die in gekürzter Form bereits gezählt wurden, werden nicht mehr mitgezählt.

$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$	
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	<u>5</u>	

Somit erhält man eine Abzählung aller positiven Brüche. Diese wird nun um die 0 und die jeweiligen Gegenzahlen der Brüche erweitert:

Natürliche Zahlen	Rationale Zahlen
0	0
1	$\frac{1}{1}$
2	$-\frac{1}{1}$
3	$\frac{2}{1}$
4	$-\frac{2}{1}$
5	$\frac{1}{2}$
6	$-\frac{1}{2}$

Die Menge der reellen Zahlen ist allerdings nicht abzählbar unendlich. Dies kann man beweisen, indem man zeigt, dass schon alle reellen Zahlen größer 0 und kleiner oder gleich 1 nicht abzählbar sind. Alle Zahlen zwischen 0 und 1 sind als Dezimalzahlen mit unendlich vielen Nachkommastellen darstellbar (z. B. 1=0.999999... oder 0.25=0.249999...). In diesem Fall beginnen diese Zahlen alle mit einer 0 vor dem Komma. Angenommen, diese reellen Zahlen wären abzählbar, dann könnte man sie nacheinander auflisten:

$$a_1 = 0, a_{11} a_{12} a_{13} a_{14} a_{15} \dots$$
  
 $a_2 = 0, a_{21} a_{22} a_{23} a_{24} a_{25} \dots$   
 $a_3 = 0, a_{31} a_{32} a_{33} a_{34} a_{35} \dots$ 

Es lässt sich aber eine reelle Zahl konstruieren, die in dieser Aufzählung nicht vorkommt und deshalb beweist, dass die Aufzählung unvollständig ist. Die Nachkommastellen der Zahl

$$b = 0, b_1 b_2 b_3 b_4 b_5 \dots$$

werden so gewählt, dass die Ziffer  $b_1$  ungleich der Ziffer  $a_{11}$  und ungleich 0 ist. Die Ziffer  $b_2$ 

wird so gewählt, dass sie nicht der Ziffer  $a_{22}$  entspricht und ungleich 0 ist u. s. w. Es gibt jeweils mindestens 8 verschiedene Möglichkeiten die Ziffer  $b_n$  so zu wählen, dass sie nicht der Ziffer  $a_{nn}$  entspricht und von 0 verschieden ist. Somit unterscheidet sich die erste Nachkommastelle von b von der ersten Nachkommastelle von  $a_1$ in der Auflistung und die n-te Nachkommastelle von b unterscheidet sich von der n-ten Nachkommastelle der Zahl  $a_n$ . Die Annahme, dass die Liste alle reellen Zahlen zwischen 0 und 1 enthält, führt zu einem Widerspruch, folglich sind alle reellen Zahlen zwischen 0 und 1 nicht abzählbar. Wenn nun alle Zahlen zwischen 0 und 1 nicht abzählbar sind, kann die Menge der reellen Zahlen nicht abzählbar sein.

Um uns zu überlegen, welche Mengen ebenfalls abzählbar sind, betrachteten wir das Hilbertsche Hotel. Dieses Hotel hat unendlich viele Zimmer, genauer gesagt abzählbar unendlich viele Zimmer, die alle durchnummeriert sind. Eines Abends sind alle Zimmer belegt, doch ein weiterer Gast möchte noch ein Zimmer. Das Hotel ist zwar voll, kann den Gast aber trotzdem noch aufnehmen und zwar folgendermaßen: Jeder Gast zieht in das Zimmer mit der nächst höheren Zimmernummer. Der Gast aus Zimmer 1 geht in Zimmer 2, der aus Zimmer 2 in Zimmer 3 u. s. w. Dies ist möglich, weil das Hotel unendlich viele Zimmer hat und es für jede Zimmernummer eine nächsthöhere Zimmernummer gibt. Nun kann der neue Gast in Zimmer 1 übernachten.

Als nächstes fährt ein Bus mit abzählbar unendlich vielen Insassen vor. Hierfür wird eine
neue Lösung benötigt, schließlich können die
Hotelgäste nicht unendlich viele Zimmer weiterziehen. Jeder Gast erhält die Anweisung, in das
Zimmer mit der doppelten Zimmernummer seines aktuellen Zimmers zu gehen. Somit werden
alle Räume mit ungerader Nummer frei. Der
erste neue Gast zieht in Zimmer 1, der zweite in Zimmer 3 u.s. w. und alle neuen Gäste
bekommen ein neues Zimmer.

Selbst wenn abzählbar viele Busse mit jeweils abzählbar vielen Gästen vorfahren, findet der Hoteldirektor eine Möglichkeit, alle neuen Gäste in seinem Hotel unterzubringen. Überlegen

Sie doch einmal selbst, wie das gehen könnte!<sup>1</sup> Die Überlegungen zur Unendlichkeit stellten wir an, um zu zeigen, dass die Menge der aussagenlogischen Formeln abzählbar ist. Diese Eigenschaft haben wir bei dem Beweis des Vollständigkeitssatzes verwendet.

### Aussagenlogik

Anna Wackerow

Im aussagenlogischen Teil unseres Kurses beschäftigten wir uns damit, auf welche Weise elementare Aussagen miteinander verknüpft werden können. Eine elementare Aussage in diesem Sinne sind beispielsweise die Sätze "Es regnet" oder "Die Straße ist nass.", die über die Wenn-dann-Beziehung "Wenn es regnet, dann ist die Straße nass" zu einer komplexeren Aussage verknüpft werden können. Hierbei ist die Aussage "Es regnet" hinreichend dafür, dass die Straße nass ist und dass die Straße nass ist, ist notwendig dafür, dass es regnet.

Um solche Zusammenhänge allgemein auszudrücken, definierten wir die Menge der aussagenlogischen Formeln wie folgt:

- 1. Die Aussagevariablen  $A, B, C, \ldots$  und  $A_1, A_2, A_3, \ldots$  sind aussagenlogische Formeln.
- 2. Ist  $\varphi$  eine aussagenlogische Formel, so auch ihre Negation  $\neg \varphi$ .
- 3. Sind  $\varphi$  und  $\psi$  aussagenlogische Formeln, so auch die *Implikation*  $\varphi \to \psi$  (lies:  $\varphi$  impliziert  $\psi$ ), die Äquivalenz  $\varphi \leftrightarrow \psi$  (lies:  $\varphi$  genau dann wenn  $\psi$ ), die Konjunktion  $\varphi \land \psi$  (lies:  $\varphi$  und  $\psi$ ) und die Disjunktion  $\varphi \lor \psi$  (lies:  $\varphi$  oder  $\psi$ ).
- 4. Das sind alle aussagenlogischen Formeln.

Negation, Implikation, Äquivalenz, Konjunktion und Disjunktion kann man in einer Formel beliebig oft kombinieren. So sind zum Beispiel folgende Ausdrücke nach unserer Definition aussagenlogische Formeln:

- A
- ¬B
- $((\neg \neg A \lor B) \land (B \to C)) \leftrightarrow D$

Für alle aussagenlogische Formeln und damit insbesondere für die Aussagevariablen gelten die Prinzipien der klassischen Logik:

- 1. Es gibt genau zwei Wahrheitswerte: wahr "W" und falsch "F".
- 2. Jede Aussage hat höchstens einen Wahrheitswert (Satz vom Widerspruch).
- 3. Jede Aussage hat mindestens einen Wahrheitswert (Satz vom ausgeschlossenen Dritten).
- 4. Bivalenzprinzip: Jede Aussage ist entweder wahr oder falsch (Zusammenfassung der ersten drei Punkte).

Mit Hilfe von Wahrheitstabellen können die Wahrheitswerte von zusammengesetzten Formeln ausgerechnet werden. Hierbei werden in den ersten Spalten der Wahrheitstabelle alle in den Formeln vorkommenden Aussagevariablen notiert. In die weiteren Spalten schreibt man die zusammengesetzten Formeln, deren Wahrheitswerte man bestimmen will. In den Zeilen werden jeweils alle Kombinationen von Wahrheitswerten der in den Formeln vorkommenden Aussagevariablen aufgelistet. Eine solche Kombination nennt man Belegung. Die folgenden beiden Wahrheitstabellen definieren, wie sich die Wahrheitswerte unter Anwendung der oben definierten Junktoren verhalten:

A	$\neg A$
W	F
F	W

A	B	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$	$A \wedge B$	$A \lor B$
W	W	W	W	W	W
W	F	F	F	F	W
F	W	W	F	F	W
F	F	W	W	F	F

 $<sup>^1</sup>$ Lösung zur Hilbert-Hotel-Aufgabe: Jeder bisherige Gast zieht in das Zimmer mit doppelter Nummer. Die Busse werden mit den ungeraden Primzahlen p=3,5,7,11 u. s. w. und die Insassen der Busse mit den natürlichen Zahlen n=1,2,3,4 u. s. w. durchnummeriert. Jeder Fahrgast potenziert die Nummer seines Busses p mit seiner Platznummer n und zieht dann in das Zimmer mit der Nummer  $p^n$ . Dabei bleiben zwar unendlich viele Zimmer frei, wie z. B. Zimmer 15, aber der Hoteldirektor ist sich sicher, dass ohnehin noch weitere Gäste an diesem Abend ankommen werden. Dieses System setzt voraus, dass es unendlich viele Primzahlen gibt, was wir während des Eröffnungswochenendes bewiesen hatten.

Mit Hilfe der folgenden Wahrheitstabelle werden die Wahrheitswerte von drei aussagenlogischen Formeln unter allen möglichen Belegungen ihrer Aussagevariablen bestimmt:

A	B	$A \rightarrow$	$A \wedge \neg A$	$\neg A \lor B$
		$(B \to A)$		
W	W	W	F	W
W	F	W	F	F
F	W	W	F	W
F	F	W	F	W

Hierbei zeigt sich, dass es Formeln gibt, die unabhängig von ihrer Belegung immer wahr oder immer falsch sind. Solche Formeln erfordern unsere besondere Aufmerksamkeit: Eine Formel  $\varphi$  heißt allgemeingültig, wenn sie unter allen Belegungen der in ihr vorkommenden Aussagevariablen wahr ist. Eine Formel  $\varphi$  heißt widersprüchlich, wenn sie unter allen Belegungen der in ihr vorkommenden Aussagevariablen falsch ist. Eine Formel  $\varphi$  heißt erfüllbar, wenn sie nicht widersprüchlich ist, d. h. wenn es mindestens eine Belegung gibt, unter der sie wahr ist. Jede allgemeingültige Formel ist erfüllbar. Zudem zeigen die Tabellen, dass es Formeln gibt, die unter den gleichen Belegungen, die gleichen Wahrheitswerte annehmen. Solche Formeln nennt man logisch äquivalent

$$\neg A \lor B \equiv A \to B$$
.

Während des Kurses im Sommer haben wir sogar gezeigt, dass es zu jeder aussagenlogischen Formel  $\varphi$  eine logisch äquivalente Formel  $\psi$  gibt, in der nur die Negation  $\neg$  und das logische oder  $\vee$  vorkommen.

"Alle wahren Aussagen in der Aussagenlogik sind beweisbar." Diesen Satz zu zeigen war unser Kursziel im Bereich Aussagenlogik und Beweisbarkeit. Doch wie kann man eine solche Aussage überhaupt beweisen?

Zunächst mussten wir definieren, was Wahrheit im aussagenlogischen Sinn bedeutet: Sei  $\varphi$  eine Formel und T eine möglicherweise unendliche Menge von Formeln, so folgt  $\varphi$  logisch aus T (man sagt auch  $\varphi$  ist wahr unter den Voraussetzungen T), wenn  $\varphi$  immer dann wahr ist, wenn alle Formeln in T wahr sind. Man

schreibt dann

$$T \vDash \varphi$$
.

Für allgemeingültige Formeln, die unabhängig von jeder Voraussetzung immer wahr sind, gilt

$$\models \varphi$$
.

Für den Beweis des Vollständigkeitssatzes verwendeten wir den Satz über Folgerung und Erfüllbarkeit, den wir an dieser Stelle bewiesen:

$$T \vDash \varphi \Leftrightarrow T \cup \{ \neg \varphi \} \ \text{ist nicht erfüllbar}$$
bzw.

$$T \nvDash \varphi \Leftrightarrow T \cup \{\neg \varphi\}$$
 ist erfüllbar

Eine Formelmenge T heißt erfüllbar, wenn es eine Belegung gibt, die alle Formeln in T gleichzeitig wahr macht.



# Beweisbarkeit und Vollständigkeitssatz

MAURICE REICHERT

Nachdem wir uns im vorangegangenen Abschnitt mit der Wahrheit im aussagenlogischen Sinne beschäftigt haben, mussten wir jetzt definieren, was Beweisbarkeit bedeutet: Eine Formel  $\varphi$  heißt bewiesen unter einer Menge von Voraussetzungen T, wenn wir eine Folge von Formeln  $\varphi_n$  aufschreiben können, sodass die letzte Formel  $\varphi_n = \varphi$  ist und alle vorherigen Formeln entweder dem Axiom  $\neg \varphi \lor \varphi$  oder einer der Formeln aus der Voraussetzungsmenge T entsprechen, oder durch Anwendung einer der folgenden vier Regeln aus vorher aufgeschriebenen Formeln hervorgehen:

• Die Expansion (E):

$$\psi \vdash \varphi \lor \psi$$

(Lies:  $\psi$  beweist  $\varphi \vee \psi$ )

• Die Assoziativität (A):

$$\varphi \lor (\psi \lor \eta) \vdash (\varphi \lor \psi) \lor \eta$$

• Die Kürzung (K):

$$\varphi \lor \varphi \vdash \varphi$$

• Der Schnitt (S):

$$\varphi \lor \psi, \neg \varphi \lor \eta \vdash \psi \lor \eta$$

Die Formeln  $\varphi$ ,  $\psi$  und  $\eta$  stehen hierbei für Platzhalter, die durch beliebige aussagenlogische Formeln ersetzt werden können. Mithilfe dieses Axiomensystems bewiesen wir weitere Regeln, wie die Kommutativität

$$\varphi \lor \psi \vdash \psi \lor \varphi$$
,

den Modus ponendo ponens

$$\varphi, \varphi \to \psi \vdash \psi,$$

den Satz über die Negation

$$\varphi \vdash \neg \neg \varphi$$

und viele mehr. Als Beispiele seien die Beweise für die Kommutativität und den Modus ponendo ponens an dieser Stelle aufgeführt:

Beweis der Kommutativität  $\varphi \lor \psi \vdash \psi \lor \varphi$ : Aus der Voraussetzung

$$\varphi \lor \psi$$

und dem Axiom

$$\neg \varphi \lor \varphi$$

folgt mit Anwendung der Regel (S)

$$\psi \vee \varphi$$
.

Beweis des Modus ponendo ponens

$$\varphi, \varphi \to \psi \vdash \psi$$
:

Aus der Voraussetzung  $\varphi$  lässt sich durch Anwendung der Regel (E)

$$\psi \vee \varphi$$

ableiten und daraus durch Anwendung der vorher bewiesenen Kommutativitätsregel

$$\varphi \vee \psi$$
.

Zusammen mit der Voraussetzung

$$\varphi \to \psi \equiv \neg \varphi \vee \psi$$

ergibt sich durch die Regel (S)

$$\psi \vee \psi$$

und damit durch Anwendung der Regel (K)

$$\psi$$
.

Bei dem Beweis eines Satzes können die Regeln, die zuvor bewiesen wurden, verwendet werden. Auf diese Weise lassen sich ein strukturiertes Regelsystem aufbauen und komplexe Beweise innerhalb der Aussagenlogik führen. Neben den Beweisen für die anderen drei Modi zeigten wir, dass man aus einem Widerspruch alles beweisen kann. Aussagenlogisch lässt sich dieser Satz folgendermaßen darstellen:

$$\neg \varphi, \varphi \vdash \psi$$

Beweis: Aus der Voraussetzung  $\neg \varphi$  ergibt sich durch die Regeln (E) und die Kommutativität

$$\neg \varphi \lor \psi \equiv \varphi \to \psi.$$

Aus der zweiten Voraussetzung  $\varphi$  und dem oben gezeigten Modus ponendo ponens ergibt sich  $\psi$ .

Da  $\psi$  eine beliebige Formel ist, lässt sich aus dem Widerspruch, dass  $\neg \varphi$  und  $\varphi$  gilt, alles folgern!

Nachdem wir durch das Führen einiger Beweise innerhalb der Aussagenlogik mit dem Begriff der Beweisbarkeit immer vertrauter wurden, bewiesen wir, dass alle beweisbaren Aussagen auch logisch wahr sind – den Korrektheitssatz.

Wir führten diesen Beweis mit einer Induktion über den Aufbau der aussagenlogischen Beweise, in dem wir zeigten, dass logisch wahre Aussagen durch Anwendung der vier Ableitungsregeln wieder in logisch wahre Aussagen umgeformt werden.

Um nun zu unserem Kursziel, dem Vollständigkeitssatz "Alle wahren Aussagen der Aussagenlogik sind beweisbar" näher zu kommen, zeigten wir einige Hilfssätze, aus denen wir am Ende den Beweis konstruierten.

Als erstes definierten wir den Begriff der Konsistenz: Eine Satzmenge T heißt konsistent, wenn es einen Satz  $\varphi$  gibt, der nicht aus T bewiesen werden kann. Dies ist gleichbedeutend damit, dass es keinen Satz  $\varphi$  gibt, sodass  $\varphi$  und seine Negation  $\neg \varphi$  aus T bewiesen werden können.

Für den Beweis des Satzes über Beweisbarkeit und Konsistenz

$$T \vdash \varphi \Leftrightarrow T \cup \{\neg \varphi\}$$
 ist inkonsistent

bzw.

$$T \nvdash \varphi \Leftrightarrow T \cup \{\neg \varphi\}$$
 ist konsistent

benötigten wir das Deduktionstheorem, das den metasprachlichen Begriff der Beweisbarkeit  $\vdash$  mit dem aussagenlogischen Implikationspfeil  $\rightarrow$  verknüpft:

$$T \vdash \varphi \rightarrow \psi \Leftrightarrow T \cup \{\varphi\} \vdash \psi$$

Nun fehlte uns für den Beweis des Vollständigkeitssatzes lediglich zu zeigen, dass eine konsistente Satzmenge T erfüllbar ist, es also eine Belegung aller in T vorkommenden Aussagenvariablen gibt, die alle Formeln von T gleichzeitig wahr macht. Nachdem wir mit vielen Mühen solch eine Belegung konstruiert hatten, konnte der Beweis des Vollständigkeitssatzes

$$T \vDash \varphi \Rightarrow T \vdash \varphi$$

durch logische Umkehrung gezeigt werden:

$$T \nvdash \varphi \Rightarrow T \cup \{\neg \varphi\}$$
 ist konsistent 
$$\Rightarrow T \cup \{\neg \varphi\} \text{ ist erfüllbar } \Rightarrow T \nvdash \varphi.$$

Da wir mit dem Korrektheitssatz die Rückrichtung des Folgepfeils bewiesen haben, gilt schlussendlich

$$T \vDash \varphi \Leftrightarrow T \vdash \varphi$$
.



## Gödels Unvollständigkeitssatz

GIULIA DOVICO

David Hilbert hatte 1921 verlangt, dass die Mathematik so auf Axiomen aufgebaut werden soll, dass ihre Widerspruchsfreiheit gezeigt und alle wahren Sätze in ihr bewiesen werden können.

Zehn Jahre später zeigte Kurt Gödel aber, dass jedes formelle System, in dem die Arithmetik der natürlichen Zahlen enthalten ist, entweder inkonsistent (alles kann bewiesen werden) oder unvollständig (es gibt einen wahren Satz, der nicht bewiesen werden kann) ist. Deshalb heißt dieser Satz auch Unvollständigkeitssatz. Genauer heißt das: In jedem konsistenten formalen System, in dem die Arithmetik der natürlichen Zahlen enthalten ist, gibt es einen Satz  $\varphi$ , der nicht beweisbar und dessen Negation  $\neg \varphi$  ebenfalls nicht beweisbar ist. Eine Folgerung aus Gödels Satz ist, dass die Widerspruchsfreiheit der Mathematik nicht innerhalb der Mathematik bewiesen werden kann.

Natürlich wäre es viel zu aufwändig und kompliziert gewesen, wenn Daniel versucht hätte, uns den ganzen Beweis zu erklären. Aber die Beweisidee bekamen wir erklärt:

Gödel zeigte zunächst, dass die Menge aller Sätze in einem solchen System abzählbar ist und nummerierte alle Sätze durch. Er konstruierte einen Satz innerhalb des Systems, wir nannten ihn  $\varphi_m$ , der aussagte:

Der Satz  $\varphi_n$  ist nicht beweisbar.

Setzt man nun die Nummer m dieses Satzes für das n innerhalb des Satzes ein, ergibt sich ein Satz  $\varphi$ , der von sich selbst aussagt, dass er nicht beweisbar ist. Falls dieser Satz wahr ist, so ist er nicht beweisbar, und damit gäbe es einen wahren Satz, der nicht bewiesen werden kann und das System wäre unvollständig. Falls der Satz falsch ist, so ist er beweisbar. Damit hätten wir aber einen falschen Satz, der bewiesen werden kann, folglich wäre das System inkonsistent.

Das mussten wir erst einmal verdauen. Am Tag zuvor hatten wir gerade unser mathematisches Kursziel erreicht und gezeigt, dass innerhalb der Aussagenlogik alle wahren Sätze bewiesen werden können. Und nun mussten wir erkennen, dass das leider nicht in der Mathematik funktioniert. Gödel zeigte, dass es für manche Sätze keinen Beweis gibt. Somit besteht die Möglichkeit, dass man sich jahrelang den Kopf über ein Problem zerbricht, wofür es dann am Ende keinen Beweis gibt. Obwohl er den Beweis natürlich schon kannte, zeigte sich sogar Daniel beeindruckt von Gödels Ergebnis. Jedenfalls war er verwirrt genug, unser letztes Thema in dem Kurs mit folgenden Worten abzuschließen: "Ich hoffe, dass wir eure mathematische Konsistenz ... äh ... Kompetenz verbessern konnten." Alle lachten. Daniel fügte hinzu: "Der Logikkurs war geil oder nicht geil." Worauf Viola meinte: "Geil formuliert." Nachdem wir uns im Anschluss mit Hilfe von Paradoxien noch die Widersprüchlichkeit der Sprache veranschaulicht hatten, war es plötzlich gar nicht mehr so schlimm, dass nicht einmal die Mathematik widerspruchsfrei ist.

# Selbstbezüglichkeit und Paradoxien

SHARINA KIMURA

Nachdem wir nun erfahren haben, wie sich Gödel die Selbstbezüglichkeit in der Mathematik zu Nutzen gemacht hat, möchten wir nun die Selbstbezüglichkeit in der Philosophie nutzen und Ihnen einen Einblick in unsere Kursarbeit zum Thema Paradoxien geben. Doch, was ist eine Paradoxie überhaupt? Der Begriff Paradoxie kommt vom Altgriechischen "paradoxon" und wird als scheinbar oder tatsächlich unauflösbarer Widerspruch definiert. Dies sieht man an folgendem, oben bereits erwähnten, Beispiel sehr deutlich:

"Dieser Satz ist falsch."

Na, verwirrt? Es fällt sofort auf, dass sich der Satz auf sich selbst bezieht. Ist die Aussage des Satzes wahr, ist der Satz falsch. Ist die Aussage des Satzes jedoch falsch, so ist der Satz wahr. Der Satz scheint also gleichzeitig wahr und falsch zu sein. Dies widerspricht jedoch den Prinzipien der klassischen Logik. Doch ist das zentrale Problem wirklich die Selbstbezüglichkeit? Nein, denn

"Dieser Satz ist richtig."

bezieht sich ebenfalls auf sich selbst, ist jedoch kein Paradoxon, da die Aussage des Satzes, wenn der Satz richtig ist, ebenfalls richtig und wenn der Satz falsch ist, ebenfalls falsch ist. Folgendes Beispiel zeigt uns eine weitere Problemquelle der Paradoxien:

"Der nächste Satz ist falsch." "Der vorherige Satz ist wahr."

Wenn die Aussage des ersten Satzes wahr ist, so ist die des zweiten Satzes falsch. Ist jedoch die Aussage des zweiten Satzes wahr, muss die des ersten auch wahr sein und somit wäre der zweite Satz wieder falsch und es entsteht ein Teufelskreis. Bertrand Russell hatte dies als Vicious Circle Principle (Prinzip Teufelskreis) bezeichnet. Dieses besagt, dass keine Gesamtheit Elemente enthalten kann, die nur über

diese Gesamtheit selbst vollständig zu spezifizieren sind. Das heißt, dass wir den ersten Satz nur vollständig beschreiben können, wenn wir den Wahrheitswert des zweiten Satzes kennen. Damit wäre aber schon die Gesamtheit gegeben und wir bräuchten also die Gesamtheit, um ein Element aus der Gesamtheit zu spezifizieren. Genauso ist es mit dem zweiten Satz. Auch ihn können wir nur vollständig beschreiben, wenn wir den Wahrheitswert des ersten Satzes kennen. Zum Glück waren wir nicht die ersten, denen dieses Paradoxon Kopfschmerzen bereitete. Die Selbstbezüglichkeitsparadoxien sind sehr alt und lassen sich auf das Lügnerparadoxon des Kreters Xenon zurückführen, kurz:

"Ich lüge gerade."

Im Vergleich dazu ist ein von Russell erfundenes Paradoxon recht einfach mit einem kleinen Trick zu lösen. Es handelt sich um das Barbier-Paradoxon.

"Der Barbier von Sevilla rasiert alle Männer von

Sevilla, nur nicht die, die sich selbst rasieren." Doch wer rasiert den Barbier? Vielleicht kennen Sie die Lösung ja schon. Mit etwas Fantasie kamen auch wir im Kurs darauf: Der Barbier könnte weiblich sein, oder es handelt sich bei den Männern von Sevilla nur um gebürtige Männer aus Sevilla, oder aber man verbietet die Existenz solch eines Barbiers. Dieses Paradoxon lässt sich deshalb lösen, weil hier keine zwingende Selbstbezüglichkeit entsteht, sondern nur die Schlussfolgerung, dass der Barbier kein Mann aus Sevilla sein kann. Die einfachste Lösung ist natürlich, Konstruktionen wie diese zu verbieten. Wie lässt es sich aber begründen eine sprachliche Konstruktion zu verbieten, die weder sinnlos oder unverständlich ist, noch einen grammatikalischen Fehler enthält? Mit diesen und ähnlichen Problemen beschäftigt sich die analytische Philosophie die anschließend beschrieben wird. Doch bevor wir uns der Analyse unserer Sprache zuwandten, beschäftigten wir uns noch mit einem etwas anderen

"Alle Raben sind schwarz."

Paradoxon – Hempels Raben-Paradoxie:



Der Logikkurs beim Sportfest.

In der logischen Umkehrung bedeutet dies soviel wie:

"Alles was nicht schwarz ist, ist ein nicht-Rabe."

Daraus folgt, dass ein weißer Turnschuh die

ursprüngliche Hypothese bestätigt. Doch klingt das nicht etwas verwirrend oder unlogisch? Maurice, der an diesem Tag ein schwarzes T-Shirt trug, meinte dazu grinsend: "Ich habe einen schwarzen nicht-Raben an!" Doch kann man diese Schlussfolgerung so ziehen? Ein weißer Turnschuh ist nicht schwarz und somit ein nicht-Rabe, also kein Rabe. Das ist soweit klar. Aber wie verhält es sich mit einem schwarzen Turnschuh oder in diesem Fall dem schwarzen T-Shirt von Maurice? Ist es ein Rabe, nur weil es schwarz ist? Doch halt! Alle Raben sind schwarz heißt nicht gleich, dass alles, was schwarz ist, ein Rabe sein muss. Das ist die falsche Umkehrung der Aussage. Um dies zu verstehen, müssen wir das Raben-Paradoxon erst einmal genauer betrachten: Um die Hypothese zu belegen, müsste man alle Raben der Welt anschauen, um wirklich wissen zu können, dass alle Raben schwarz sind, womit wir dann wieder bei der Frage wären, ob wir dies überhaupt erkennen können (vgl. Erkenntnistheorie weiter vorne). Andererseits könnte man aber auch alle nicht-schwarzen Gegenstände betrachten: Findet sich kein Rabe darunter, ist die Hypothese ebenfalls bestätigt. Doch alle Raben oder gar alle nicht-schwarzen Gegen-

stände der Welt zu betrachten, ist unmöglich.

Die Frage ist jetzt, welche Art von Bestätigung

für unsere Hypothese wir bereit sind zu akzeptieren. In diesem Fall handelt es sich ja nicht um einen mathematischen Beweis, der einen Satz entweder bestätigt oder widerlegt, sondern es müssen empirische Hinweise zur Bestätigung oder Widerlegung der Hypothese hinzugezogen werden. Deshalb gilt, auch wenn es kontraintuitiv ist: Ein weißer Turnschuh bestätigt die Hypothese, nicht aber das schwarze T-Shirt von Maurice. Doch wirklich zufriedenstellend war diese Folgerung für uns nicht. Wie könnte man die Hypothese nun so umformulieren, dass es leichter nachprüfbar ist, dass alle Raben schwarz beziehungsweise alle nicht-Raben nicht schwarz sind? "Alles was nicht schwarz ist, ist ein nicht-Rabe" kann man folgendermaßen umformulieren: "Es gibt keinen Raben, der nicht schwarz ist." Somit heißt es dann: "Alle Raben sind schwarz. Es gibt keinen Raben, der nicht schwarz ist." Der Vorteil dieser Aussage besteht darin, dass sie empirisch falsifizierbar ist – nur so ist die wissenschaftliche Beantwortung der Frage, ob wirklich alle Raben schwarz sind, möglich. Denn jetzt müsste man nur einen Raben auf der Welt finden, der nicht schwarz ist, um diese Hypothese zu widerlegen und dies wäre im Vergleich zu oben nicht unmöglich. Bei dem Raben-Beispiel handelt es sich also nicht um ein Paradoxon im klassischen Sinne, sondern um einen kontraintuitiven Sachverhalt, was jedoch kein sprachliches sondern ein intuitives Problem darstellt.

# Sprachanalytische Wende und analytische Philosophie

THADDÄUS WIEDEMER

Wie Sie gerade gelesen haben, sind wir in unserem Kurs auf Aussagen gestoßen, die ganz augenscheinlich nicht wahr sein können, da sie sich selbst widersprechen, so genannte Paradoxien. Es stellte sich uns die Frage, was an diesen Aussagen falsch sein muss oder genauer, welcher Bereich dieser Aussagen analysiert werden sollte, um den Fehler zu entdecken. Nach reichlicher Überlegung haben wir festgestellt, dass der Fehler nicht im Inhalt oder den Schlussfolgerungen liegt, sondern dass ein Paradoxon erst durch falsche Formulierung ent-



steht. So ist beispielsweise der Satz "Dieser Satz ist falsch" selbstbezüglich. Er trifft eine Aussage über sich selbst, indem er sich einen Wahrheitswert zuspricht. Somit wird er paradox. Hier wird klar, dass in der Philosophie nicht nur genau analysiert werden muss, wie man zu Erkenntnis gelangt, sondern dass vielmehr auch die Sprache betrachtet werden muss, in der diese Erkenntnis formuliert wird. Das Augenmerk unseres Kurses wendete sich also ab von der Erkenntnistheorie und hin zur Untersuchung unserer Sprache. Was bei uns im Kurs im Kleinen geschah, geschah im Großen in der Philosophie im 20. Jahrhundert. So kommt es nach der durch Kant eingeleiteten kopernikanischen Wende zu einer zweiten große Wende – der sprachbezogenen Wende oder sprachanalytischen Wende. Während man sich in der kopernikanischen Wende eher mit den Strukturen des Erfassens von Informationen beschäftigte, so beschäftigt sich die sprachanalytische Wende damit, die Sprache an sich näher zu beleuchten. Diesen Bereich der Philosophie nennt man analytische Philosophie. In der 1879 erschienenen Begriffsschrift von Gottlob Frege (1848–1925) wird ihre Idee schon sehr gut beschrieben. Laut Frege ist es die Aufgabe der Philosophie, "die Herrschaft des Wortes über den menschlichen Geist zu brechen". Das heißt, die Ungenauigkeit der Sprache behindert klare und logische Gedankengänge und macht korrekte und präzise Aussagen unmöglich. Das Ziel der analytischen Philosophie ist es, die Sprache genauer zu untersuchen und damit zu einem richtigen und formal korrekten Gebrauch der Sprache zu gelangen.



Die analytische Methode besteht darin, Probleme sprachlich zu präzisieren und zu korrigieren. Anschließend werden sie durch genaue Analyse der dahinter steckenden Logik und Sprache entweder gelöst, oder als Scheinprobleme aufgedeckt. So ist beispielsweise das oben genannte Paradoxon ein Scheinproblem: Es kann durch genaue Analyse der Sprache und Logik eindeutig als falsch formuliert aufgezeigt werden. Zur Auflösung des Paradoxons ist eine Teilung der Sprache in Meta- und Objektsprache nötig. Als Objektsprache bezeichnet man die Sprache in der gesprochen wird und als Metasprache die Sprache, in der Aussagen über

die Objektsprache getroffen werden. Sagt man in der Metasprache "Dieser Satz ist falsch", so bezieht sich das auf einen Satz in der Objektsprache, der grammatikalisch oder inhaltlich falsch ist. Das Problem des Paradoxons ist nun, dass es keine klare Trennung zwischen Objektund Metasprache hat und so die Aussage über den Wahrheitswert nicht in der Metasprache geschieht.

Historisch wird die sprachanalytische Wende in mehrere Phasen unterteilt: Die erste Phase, auch logischer Atomismus genannt, vollzieht sich im ersten Drittel des 20. Jahrhunderts. Diese Richtung wurde vor allem von Rudolf Carnap, Bertrand Russell und Ludwig Wittgenstein verfolgt. Ihr Ziel war es einige Grundbausteine, so genannte logische Atome, für eine klare Sprache zu entwickeln, aus denen die Sprache vollständig abgeleitet werden kann. So sollten Probleme, die aus einem falschen Gebrauch der Sprache entstehen, vermieden und Paradoxien unmöglich gemacht werden. Es zeigte sich allerdings, dass es nicht möglich ist, Beispiele für solche Atome zu finden, weshalb nicht einmal einfachste logische Aussagen getroffen und analysiert werden können.

Bertrand Russell versuchte in Zusammenarbeit mit Alfred North Withehead eine ideale Sprache zu entwerfen, daher war es naheliegend, hierfür die Sprache der Mathematik zu verwenden. Diese Idee war schon in den 1920er Jahren durch den Mathematiker David Hilbert entwickelt worden. Mit seinem Hilbertschen Programm wollte er alle mathematischen Wahrheiten aus ähnlichen Atomen, den Axiomen, und einfachen Schlussregeln ableiten. So sollte die Widerspruchsfreiheit der Mathematik bewiesen werden. Außerdem sollte gezeigt werden, dass die Mathematik nicht empirisch ist, also ihre Aussagen nicht durch Sinneswahrnehmung gewonnen werden können. Wenige Jahre danach zeigte jedoch Kurt Gödel mit seinem Unvollständigkeitssatz (siehe Abschnitt "Unvollständigkeitssatz"), dass die Widerspruchsfreiheit für die Mathematik als Ganzes nicht möglich ist. Es gibt jedoch Bereiche, wie zum Beispiel die Aussagenlogik, in denen das Ziel Hilberts, Russells und Whiteheads verwirklichbar ist.

Ein weiteres Problem bei der Konstruktion ei-

ner solchen idealen Sprache ist die *Unhintergehbarkeit der Sprache*. Wenn eine neue Sprache definiert werden soll, so benutzt man dafür eine bereits existierende Sprache. Um diese zu definieren wurde eine ebenfalls bereits existierende Sprache verwendet, u. s. w. Da man auf bereits existierenden, nicht idealen Sprachen aufbauen muss und so schon bei der Definition sprachliche Missverständnisse entstehen, ist diese Wunschvorstellung nur schwer zu erreichen.

Während des zweiten Weltkriegs begann eine weitere Phase der analytischen Philosophie, die bis in die 1960er Jahre hinein dauerte. Sie ging von Ludwig Wittgenstein aus, der sich nun, da eine ideale Sprache nicht möglich ist, der Beschreibung der Alltagssprache zuwendet. Er will nun wenigstens diese perfektionieren und untersucht die Bedeutung und Verwendung von Begriffen. Aus dieser Zeit stammt auch das berühmte Zitat "Die Bedeutung eines Wortes ist sein Gebrauch in der Sprache".

# Ludwig Wittgenstein – ein charismatischer Denker des 20. Jahrhunderts

PIA BAUSPIESS

"Alles, was sich sagen lässt, lässt sich klar sagen". Dieser Satz zählt zusammen mit seiner Ergänzung "Wovon man nicht sprechen kann, darüber soll man schweigen" zu den Grundthesen des Philosophen Ludwig Wittgenstein, der von 1889 bis 1951 in Österreich und Großbritannien lebte. Darüber hinaus ist dieser Satz zu unserem Kursmotto geworden, welches uns die zwei Akademiewochen lang treu begleitet hat. Entgegen der landläufigen Meinung ist das Philosophieren nämlich nicht ein "um den heißen Brei Herumreden". Gerade laut Wittgenstein ist "der Zweck der Philosophie die logische Klärung der Gedanken".

Dieser Satz stellt die philosophische Motivation und Grundüberzeugung Wittgensteins dar und hat uns sehr beeindruckt. Wir haben unser Bestes gegeben, uns daran zu halten, insbesondere in Bezug auf ein weiteres Ziel unseres Kurses: Da wir uns in der Philosophie viel mit Erkenntnistheorie und Sprache befasst haben, bemühten wir uns, unsere persönliche Anleitung zum richtigen Denken zu erstellen. Als wir versuchten, das umzusetzen, stießen wir des Öfteren auf die Probleme und Missverständnisse unserer Sprache. Mit eben diesen hat sich nun auch und insbesondere Ludwig Wittgenstein eingehend beschäftigt.

Wittgenstein gehört zu den bedeutendsten Philosophen des 20. Jahrhunderts und – auf inhaltlicher Ebene – zu den Begründern der Analytischen Philosophie und des Logischen Positivismus, welche an anderer Stelle in dieser Dokumentation bereits erläutert wurden. Seine Schriften, die heute noch zur Weltliteratur zählen, unterscheiden sich auf inspirierende Weise von denen vieler anderer Philosophen und sind bis heute einzigartig. Es ist das, was uns faszinierte und was jeden, der Wittgensteins Werke liest, in den Bann zieht: Die Konsequenz seines Denkens und Handelns. Wittgenstein ist keiner, der seine Ideen ins Kreuzfeuer der Kritik wirft und zuschaut, was andere daraus machen. Er nimmt den Leser an der Hand und fordert ihn auf, den eigenen Kopf einzuschalten. Wir können deshalb aus seinen Büchern und aus seinem Leben viel lernen.

Obwohl Wittgenstein zunächst Ingenieurwissenschaften studierte, wird nach den Begegnungen mit Gottlob Frege und Bertrand Russel im Jahre 1911 die Frage nach dem Grundsätzlichen immer wichtiger für ihn, und so schreibt er sich 1912 am Trinity College in Cambridge ein, um Russells Principia Mathematica zu studieren. Obgleich mancher Außenstehende philosophische Überlegungen langweilig finden mag, so kann man nicht verneinen, dass sich auch bei uns im Kurs Ähnliches ereignet hat. Oft fasziniert einen die Thematik so, dass man nicht mehr davon loskommt. Man wälzt Bücher und trägt die Diskussionen bis in die abendliche KüA-Schiene hinein, um doch endlich dahinter zu kommen, was dieser Text nun ausgesagt hat, ein Problem von allen Richtungen zu beleuchten und um im Endeffekt die Grundsätze und Prinzipien hinter all dem zu verstehen. Ein kennzeichnendes Merkmal unseres Kurses, für das wir das ein oder andere Mal auch ein wenig belächelt wurden.

In Cambridge angekommen, befasst sich Wittgenstein nun mit Sprachanalyse und Logik und schreibt 1918 das erste seiner beiden Hauptwerke, den *Tractatus logico-philosophicus*, der 1921 veröffentlicht wird. Im Vorwort zu diesem Buch findet sich nun auch unser Kursmotto wieder: "Man könnte den ganzen Sinn des Buches etwa in die Worte fassen: Was sich überhaupt sagen lässt, lässt sich klar sagen; und wovon man nicht reden kann, darüber muss man schweigen."

In dieser logisch-philosophischen Abhandlung, wie das Werk zu Deutsch heißt, widmet sich Wittgenstein der Analyse der Sprache. Wozu ist unsere Sprache fähig, wo liegen ihre Grenzen? Wo lauern mögliche Fehler? Im Vorwort zu seinem Buch sagt Wittgenstein auch: "Das Buch behandelt die philosophischen Probleme und zeigt [...], dass die Fragestellung dieser Probleme auf dem Missverständnis der Logik unserer Sprache beruht." Wittgenstein schreibt hier von der Grenze unserer Sprache. Mit seinem Traktat will er "dem Denken eine Grenze ziehen, oder vielmehr - nicht dem Denken, sondern dem Ausdruck der Gedanken: Denn um dem Denken eine Grenze zu ziehen, müssten wir beide Seiten dieser Grenze denken können (wir müssen also denken können, was sich nicht denken lässt). Die Grenze wird also nur in der Sprache gezogen werden können und was jenseits der Grenze liegt, wird einfach Unsinn sein." Er möchte Missverständnisse ausräumen und zeigen, dass es dem Satz "Dieser Satz ist falsch" nicht möglich ist, eine Aussage über sich selbst zu treffen. Er ist also, in Wittgensteins Worten, "Unsinn" – und dem konnten viele in unserem Kurs zustimmen.

Mit seinen Überlegungen zu diesem und zu vielen anderen Problemen leistet Ludwig Wittgenstein einen bedeutenden Beitrag zur Logik. Seine Überzeugungen zur Sprachanalytik, die er in seinem Traktat niedergeschrieben hat, waren für unseren Kurs besonders wichtig. Auf das Problem mit der Sprache waren wir nämlich schon bei Immanuel Kant gestoßen. Wir haben in diesem Zusammenhang mehrere Auszüge des Tractatus von Wittgenstein eingehend betrachtet und man kann mit Recht sagen, dass sie uns ein gutes Stück auf unserem Weg voran gebracht haben, wie beispielsweise die Bemerkung "Zu einer Antwort, die sich nicht aussprechen

lässt, lässt sich auch die Frage nicht aussprechen. [...] Wenn sich eine Frage überhaupt stellen lässt, so kann sie auch beantwortet werden".

Zum anderen war es eine Erleichterung, klar formulierte und strukturierte Gedanken vor sich zu haben, auch wenn sie dadurch nicht weniger komplex und schwer waren. Wie weit lässt sich so beispielsweise ein Gedanke wie "Die Philosophie begrenzt das bestreitbare Gebiet der Naturwissenschaft" ausführen. Man kann diesen Satz von den verschiedensten Seiten beleuchten. Zum einen kann er nämlich bedeuten, dass die Philosophie über den Naturwissenschaften steht und diese niemals an ihr "vorbeipreschen" können, denn sie zieht ihnen eine Grenze.

Zum anderen könnte man auch die Inhalte der Naturwissenschaften als "beschreitbar", d. h. im Gegensatz zu vielen philosophischen Postulaten "empirisch anfechtbar" interpretieren. Stellt man dies wieder in Zusammenhang zu anderen Aussagen Wittgensteins, ergeben sich auf diese Weise immer und immer neue Gedanken. Viele von Wittgensteins Aussagen präsentieren sich seinem Leser in ähnlicher Form, manche sehen kompliziert aus, sind aber aus dem Kontext leicht zu verstehen. Andere wiederum sehen einfach und simpel aus, erweisen sich aber als groß und kompliziert.

Mit der Veröffentlichung dieses Tractatus tritt schließlich die zweite bedeutende Wende in Ludwig Wittgensteins Leben ein. Er ist überzeugt, mit seinem Buch alles gesagt zu haben, was es zur Philosophie zu sagen gibt, lässt sie komplett hinter sich und kehrt nach Österreich zurück, um Dorfschullehrer zu werden. Erst Ende der 1920er Jahre packte ihn dann die Philosophie erneut, diesmal jedoch von einer ganz anderen Seite. Er kehrte 1929 nach Cambridge zurück und hier vollzieht sich, insbesondere auf den Inhalt seiner Philosophie bezogen, die dritte große Wende seines Lebens. Denn die Gedanken, die ihn nun beschäftigen, richten sich in großem Maße gegen das, was er selbst noch in seinem Tractatus von 1921 vertreten hat. Immer wieder versuchte er seine neuen Gedanken, die nicht mehr mit seinem Tractatus konform gingen, niederzuschreiben

und in Buchform zu fassen. Von 1936 bis 1948 arbeitete er dann an den *Philosophischen Untersuchungen*, seinem zweiten Hauptwerk, das 1953 nach seinem Tod veröffentlicht wurde.

Interessant ist, dass Wittgenstein nach all dem, was er in seinem Leben geleistet hat, bereits sein erstes Buch, den Tractatus logico-philosophicus, mit den folgenden Worten beendet: "Meine Sätze erläutern dadurch, dass sie der, welcher mich versteht, am Ende als unsinnig erkennt, wenn er durch sie – auf ihnen – über sie hinausgestiegen ist. (Er muss sozusagen die Leiter wegwerfen, nachdem er auf ihr hinaufgestiegen ist.)" Das ist ein Satz, über den wir gegen Ende des Kurses lange nachgegrübelt haben. Warum schreibt er so etwas an das Ende seines Lebenswerkes? Warum macht er all seine Arbeit, alle Grundlagen, von deren Wahrheit er überzeugt ist, nieder? In unserer längeren Diskussion sind wir schlussendlich zu der Überzeugung gekommen, dass er gerade das nicht tut. Mit diesem Schlusssatz fordert er seine Leser zum eigenen Denken auf. Genau das möchten wir – ebenso wie die Lektüre des Tractatus – jedem, der diesen Text liest, als Ausblick ans Herz legen.

#### **Rotation**

VIOLA MUNZERT

Am Vormittag des Bergfests fand die Rotation statt. Ihr Ziel war es, die bisher erarbeiteten Ergebnisse eines Kurses den anderen vorzustellen.

Unser Wissen über die einzelnen Kursinhalte beschränkte sich bis zu diesem Zeitpunkt auf das, was wir in der Informationsbroschüre vor Beginn der Akademie gelesen hatten und was wir beim Essen, während der KüAs und vor allem auf den Zimmern erfuhren: Wer sich mit der Farbe eines geplatzten Schlauchs bekleckert hatte und welche Gruppe noch immer keine Bärtierchen gefunden hatte.

Die Rotation bot nun die Möglichkeit, die Kurse einander inhaltlich vorzustellen. Jeder Kurs wurde in fünf Teams mit je zwei bis drei Leuten aufgeteilt, die jeweils einer kleinen Gruppe von Teilnehmern und Leitern anderer Kurse



Kursteilnehmer bei der Vorbereitung ihres Rotationsvortrags.

ihre bisherigen Ergebnisse in etwa fünfzehn Minuten vorstellten.

Eine solche Präsentation will gut vorbereitet sein: Zum Einen hatten wir den Wunsch, uns den Gästen des Regierungspräsidiums gegenüber im besten Licht zu zeigen, aber genauso wichtig war es uns, den anderen Kursen unsere Arbeit vorzustellen. Wir Logiker wurden eher belächelt, als praxisferner und teilweise noch ergebnisloser Kurs. Wir waren zwar sehr zuversichtlich, unsere theoretischen Kursziele zu erreichen – was sich dann auch bewahrheitete – machten uns aber keine Hoffnungen, die allseits befriedigende Antwort auf die Frage nach dem Weg zur Erkenntnis zu finden. Wie man so schön sagt: "Der Weg ist das Ziel."

Nur wie vermittelt man die Erkenntnisse, die über den Zeitraum einer guten Woche gesammelt wurden, innerhalb einer Viertelstunde? Uns stellte sich das Problem, dass sowohl die 14 Din-A-4 Seiten über Aussagenlogik, als auch die behandelten Themen der Philosophie aufeinander aufbauten. Alles innerhalb des Zeitrahmens auch nur oberflächlich anzusprechen, erschien uns unmöglich und wenig befriedigend. Wir einigten uns also darauf, jedes unserer fünf Hauptthemen in einem eigenen Vortrag zu präsentieren. Dadurch konnten wir die einzelnen Themen vertieft darstellen, nahmen aber in Kauf, dass unsere Zuhörer bei der Rotation nur einen Teil unserer Kursarbeit kennen lernen konnten.

Wir teilten unsere Gruppen nach individuellen Interessen ein und so bildeten sich fünf Gruppen mit je drei Personen zu den Themen:

- Klassische Logik nach Aristoteles (Gregor, Hannah und Viola)
- Prädikatenlogik (Lisa, Lorenz und Anna)
- Rationalismus und Empirismus (Shathya, Lalita und Lennard)
- Aussagenlogik (Maurice, Sebastian und Pia)
- Beweisbarkeit (Giulia, Sharina und Thaddäus)

Zunächst erstellten wir ein Konzept und füllten dieses mit Hilfe der Aufschriebe und unserer Bibliothek mit entsprechendem Inhalt. Blieb man in einer Sackgasse stecken, halfen die Kursleiter gerne weiter. Obwohl wir bei den Probedurchläufen unserer Vorträge mehrfach von einem fälschlicherweise ausgelösten Feueralarm unterbrochen wurden, standen am Ende fünf fertige Präsentationen samt Visualisierungsmaterial. Dass wir jeweils nur ein Thema unserer Kursarbeit vorstellten, sorgte zwar bei manchen Teilnehmern der anderen Kurse für Verwirrung ("War das alles, was ihr in 10 Tagen geschafft habt?"), war aber angesichts unserer abstrakten Kursinhalte die beste Möglichkeit, 15 Minuten sinnvoll und verständlich zu nutzen.

Um bei der Abschlusspräsentation ein vollständiges Bild unserer Kursarbeit zu zeigen, nahmen wir uns vor, einen gemeinsamen Vortrag zu entwerfen, was durch das größere Zeitfenster diesmal gut möglich war.

#### Präsentation

LALITA BRAUN

Die Präsentationen am Ende der Akademie sollten in etwa 30 Minuten einen Einblick von dem geben, was in den Kursen innerhalb der zwei Wochen erarbeitet worden war. Dies sollte Eltern und Verwandten, anderen Kursteilnehmern sowie allen Interessierten einen Einblick in das jeweilige Kursthema geben und ihnen anschließend ermöglichen, Fragen zu stellen. Was die Präsentationen für uns bedeuteten? Blanke Nerven, Stress, Aufregung und Spaß, aber auf jeden Fall einen Höhepunkt. Doch der Weg dahin war von Höhen und Tiefen gekennzeichnet. Schließlich sollten Vorträge erstellt werden, die

an die Struktur der Rotation anknüpfen, das in über 50 Stunden Gelernte präzise und anschaulich zusammenfassen und den Kern unserer Arbeit widerspiegeln.

Nach langem Überlegen und Diskutieren, womit wir uns ja ohnehin viel beschäftigten, einigten wir uns darauf, dass alle Gruppen dieselbe Vortragsstruktur bearbeiten sollten – eine Struktur, die durch fließende Übergänge die Zusammenhänge der verschiedenen im Kurs behandelten Themengebiete zum Ausdruck brachte und eine Brücke zwischen Mathematik und Philosophie schlug.

Schließlich entstand eine Gliederung, die alle wichtigen Themen der Kursarbeit beinhaltete. In Expertengruppen wurden die verschiedenen Teile des Vortrags ausgearbeitet und Vortragsgruppen mit jeweils einem Experten für jedes Themengebiet eingeteilt. Trotzdem legten unsere Kursleiter, aber auch wir, Wert darauf, dass jede Gruppe die ganze Präsentation und somit den gesamten Kursinhalt verinnerlicht hatte. So wurden innerhalb der gemischten Gruppe die Strukturen und der Inhalt ausgefeilt und mit Hilfe einer gemeinsamen PowerPoint-Präsentation visualisiert. Anschließend übten wir das Vortragen, wobei auf vielerlei Acht gegeben wurde: Die inhaltliche Korrektheit, die sprachliche Präzision, der Bezug zur Visualisierung und natürlich auf die Verständlichkeit, was uns dazu bewegte, auf einfache, aber aussagekräftige Ausdrücke zurückzugreifen.

Der gesamte Entwicklungsprozess der Präsentation, wenn auch einer der stressigsten Momente des Kurses, stellte sich im Nachhinein auch für uns als sehr gewinnbringend heraus. Durch das Zusammenfassen und Strukturieren fügten sich die letzten Einzelheiten in den großen Zusammenhang ein und es wurden die letzten Unreinheiten beseitigt. Bis zum Ende wurde geprobt, kritisiert und korrigiert, bis schließlich ein Vortrag entstand, der unseren Anforderungen entsprach.

Der Stunde der Wahrheit sahen wir alle unterschiedlich entgegen, oft mit einer Mischung aus Aufregung, Freude und auch Bedauern, denn die Präsentationen markierten auch das offizielle Ende unseres Kurses.

Schneller als gedacht flogen die knappen drei

Stunden an uns vorbei und hinterließen Erleichterung und Freude über die gelungen Präsentationen, welche durch das Lob unserer Leiter noch verstärkt wurde. Im Großen und Ganzen stellten die Präsentationen sowohl einen schönen Abschluss der Kursarbeit als auch eine unvergessliche Erfahrung dar.

# "Die Mischung macht's!"

SHARINA KIMURA

Das ist wohl die treffende Beschreibung für den Logik Kurs. Jeder einzelne Teilnehmer in unserem Kurs ist einzigartig und hat seine Eigenarten, was wir nicht nur dank eines Kennenlernspiels der anderen Art schnell merkten. Anfangs war wohl jeder den anderen gegenüber noch etwas zurückhaltend, doch das gab sich schnell, denn es herrschte von Anfang an eine gewisse Vertrautheit zwischen uns Kursteilnehmern und durch unsere diskussionsanregenden Themen kam man kaum umhin, sich mit den anderen auszutauschen. Auf die Atmosphäre im Kurs wirkte sich das richtig positiv aus. Es wurde nie langweilig, da immer irgendjemand eine bereichernde Idee hatte, die uns alle zum Denken anregte. Der Haken daran machte sich natürlich in den Diskussionen bemerkbar: Durch die vielen Ideen und Argumente der verschiedenen Teilnehmer war es schwer, den anderen zuzuhören und sie ausreden zu lassen. Doch wir merkten schnell, dass wir uns gegenseitig auf einander abstimmen mussten, um ein angenehmes Gruppenklima zu bilden. So wurden auch die Diskussionen nach den Hinweisen der Kursleiter "zivilisierter". Es gab fast immer viel zu Lachen. Unsere "legendäre Kurszitatliste" der Sommerakademie ebenso wie die Liste der "sinnlosen Diskussionsbegriffe" und "Kursschilder" dienten zum Festhalten besonderer Erinnerungen, die wir auf keinen Fall vergessen wollten.

Doch trotz all dem vielen Humor ging es bei unserer Kursarbeit sehr ernst zu. In einer Pause besuchte Shathya die Astronomen und kam total verwundert mit folgender Erkenntnis zurück: "Die Arbeitsatmosphäre bei den Astros ist wie unser Kursklima in den Pausen."

Der Inhalt unseres Kurses war sehr komplex



Unsere "Kursschilder".

und wir mussten uns natürlich auch zeitlich ziemlich ranhalten, was dazu führte, dass wir sehr gezielt arbeiten mussten. Wir machten mehr Gedankenexperimente als Praktika was zwar oft verwirrend war, unserem Kursklima jedoch nichts anhaben konnte. Denn viel gelacht wurde dennoch oder gerade deshalb und an Spaß hat es trotz der theoretischen Inhalte überhaupt nicht gefehlt!