

# JuniorAkademie Adelsheim

## 17. SCIENCE ACADEMY BADEN-WÜRTTEMBERG 2019



**Astronomie**



**Biologie**



**Informatik**



**Mathematik**



**Philosophie**



**TheoPrax**

**Dokumentation der  
JuniorAkademie Adelsheim 2019**

**17. Science Academy  
Baden-Württemberg**

**Veranstalter der JuniorAkademie Adelsheim 2019:**

Regierungspräsidium Karlsruhe  
Abteilung 7 –Schule und Bildung–  
Hebelstr. 2

76133 Karlsruhe

Tel.: (0721) 926 4245

Fax.: (0721) 933 40270

[www.scienceacademy.de](http://www.scienceacademy.de)

E-Mail: [joerg.richter@scienceacademy.de](mailto:joerg.richter@scienceacademy.de)

[monika.jakob@scienceacademy.de](mailto:monika.jakob@scienceacademy.de)

[rico.lippold@scienceacademy.de](mailto:rico.lippold@scienceacademy.de)

Die in dieser Dokumentation enthaltenen Texte wurden von der Kurs- und Akademieleitung sowie den Teilnehmerinnen und Teilnehmern der 17. JuniorAkademie Adelsheim 2019 erstellt. Anschließend wurde das Dokument mithilfe von L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X gesetzt.

Gesamtredaktion und Layout: Jörg Richter

Copyright © 2019 Jörg Richter, Dr. Monika Jakob

# Vorwort

Rund 100 verschiedene „Elemente“ versammelten sich im Juni 2019 am Landesschulungszentrum für Umwelterziehung in Adelsheim, die 17. Science Academy Baden-Württemberg konnte beginnen. Am Eröffnungswochenende lernten wir uns kennen: Teilnehmerinnen und Teilnehmer sowie das gesamte Leitungsteam. Während der Sommerakademie entstanden aus den unterschiedlichen Elementen immer neue Verbindungen, und so entwickelte sich eine einzigartige Atmosphäre. Mit dem Schreiben dieser Dokumentation hielten wir am Abschlusswochenende neben den fachlichen Ergebnissen auch alle unsere persönlichen Erlebnisse fest.

Anlässlich des diesjährigen Jahrs des Periodensystems stand die Akademie unter dem Motto „Elemente“. Das Motto gibt durch verschiedene Aktionen und Aufgaben immer wieder Anlass zum Nachdenken und Reflektieren über die sehr intensive gemeinsame Zeit mit vielen neuen Erkenntnissen und Eindrücken.



In den sechs Kursen beschäftigten sich die Teilnehmerinnen und Teilnehmer mit dem Mond, nachhaltigen Medikamenten, Verschlüsselungsmethoden, mathematischer Magie und Kältemaschinen. Dabei probierten sie viele neue Methoden aus, erhielten einen Einblick in das wissenschaftliche Arbeiten und trainierten persönliche Fähigkeiten wie Teamwork, Präsentieren, Projektmanagement und vieles mehr.

Allerdings bestand die gesamte Akademiezeit neben den Kursen auch aus verschiedenen anderen Elementen wie den kursübergreifenden Angeboten, dem Sportfest, dem Wandertag und noch vielen weiteren gemeinsamen Aktionen.

## VORWORT

---

Insgesamt entstand so die einzigartige Akademieatmosphäre, welche für neue Freundschaften, aber auch den ein oder anderen Ohrwurm sorgte.

Wir wünschen Euch und Ihnen viel Spaß beim Lesen und Stöbern, viele schöne Einblicke in unsere Akademiezeit und hoffen, dass Ihr Euch noch lange an die einzigartige gemeinsame Zeit erinnert!

Eure/Ihre Akademieleitung



Ranran Ji (Assistenz)



Lorenz Löffler (Assistenz)



Dr. Monika Jakob



Jörg Richter

# **Inhaltsverzeichnis**

<b>VORWORT</b>	<b>3</b>
<b>KURS 1 – ASTRONOMIE</b>	<b>7</b>
<b>KURS 2 – BIOLOGIE</b>	<b>31</b>
<b>KURS 3 – INFORMATIK</b>	<b>51</b>
<b>KURS 4 – MATHEMATIK</b>	<b>71</b>
<b>KURS 5 – PHILOSOPHIE</b>	<b>87</b>
<b>KURS 6 – THEOPRAX</b>	<b>117</b>
<b>KÜAS – KURSÜBERGREIFENDE ANGEBOTE</b>	<b>139</b>
<b>DANKSAGUNG</b>	<b>155</b>
<b>BILDNACHWEIS</b>	<b>156</b>



## Kurs 4 – Magie? Keine Zauberei!



### Unser Kurs

**Franka** war im Kurs immer topmotiviert und verstand mathematische Herausforderungen stets sehr schnell. Vom Knobeln bekam sie nie genug. In ihrer Freizeit bot sie sogar eine Rätsel-KüA an.

Ihre Fröhlichkeit steckte uns alle an, und mit ihrem „frankaschen“ Humor brachte sie uns oft zum Lachen. Außerhalb des Kurses war sie in der Band und im Theater aktiv.

**Henrike** war der Ruhepol unseres Kurses. Sie war immer hilfsbereit und eine ausgesprochen gute ZuhörerIn. Nicht nur ihr Verständnis für andere zeichnet sie aus, sondern auch das für die Mathematik. Im Laufe der Akademie zeigte Henrike uns jedoch noch eine andere Seite an ihr, denn auch wenn sie zunächst ruhig wirken mag, war sie für jeden Spaß zu haben und überraschte uns mit ihrer lustigen Art.

**Julia** erwies sich als eine Person, die man aufgrund ihrer hilfsbereiten, freundlichen und ruhigen Art sofort ins Herz schließt. Immer blieb sie positiv eingestellt und fragte so lange nach, bis alles hundertprozentig verstanden wurde. Beeindruckt hat sie uns alle durch ihre Begabung im Zeichnen, Gestalten, Tanzen und Singen. Ein großes Talent bewies sie zudem bei der Theateraufführung am Abschlussabend.

**Lennart H.** war schon zu Anfang der Akademie ein 0,9-zigartiger Magier. Er zeichnete sich im Kurs durch seine unglaubliche Fingerfertigkeit aus, die er sogar bewies, als uns die Kultusministerin Susanne Eisenmann besuchte. Auch motivierte er alle durch seine hilfsbereite und immer fröhliche Art. Er sorgte mit seinen klasse Performances immer für gute Stimmung, hat sich aber auch konzentriert in neue Themen eingearbeitet.

**Leonie** war wirklich ein großartiges Gruppenmitglied: super sportlich, immer fröhlich und gut für Späße zu haben. Wirklich jeden Morgen war sie in der Frühsportgruppe anzutreffen. Aber auch wenn es um das Lösen von trickreichen Aufgaben ging, war sie hochmotiviert und konzentriert. In der Theater-KüA zeigte sie eine große Stärke, mit anderen Leuten zu kommunizieren.

**Maksymilian** zeichnete sich durch seinen Humor und seine gute Laune aus. Mit seiner motivierten, sehr hilfsbereiten und witzigen Art war er ein tolles Gruppenmitglied. Beindruckend waren nicht nur seine kreativen Zeichnungen, sondern auch seine unermüdlige Begeisterung für Basketball. Er war Klasse im Korbleger-Werfen.



**Mara** war immer super gelaunt und motiviert, obwohl sie des Öfteren mit einer neuen Verletzung im Kurs ankam. Durch ihre gewitzte Art und ihre Schauspielkünste – sowohl beim Vorführen des Gilbreath-Tricks als auch bei unserem kleinen Theaterstück zum Thema „Elemente“ im Plenum – brachte sie auch die anderen regelmäßig zum Lachen. Sie diskutierte außerdem leidenschaftlich, wenn es zum Beispiel darum ging, ob  $0,9$  gleich  $1$  ist.

**Mathis** war für uns immer ein Ansprechpartner, da man sich mit ihm durch sein breites Fachwissen über fast alles unterhalten konnte. Mit seiner ruhigen, aber Interesse weckenden Vortragsart schaffte er es, sogar die schwierigsten Dinge so zu vermitteln, dass auch wirklich jeder sie absolut verstand. Auch beim Joggen war er jedes Mal dabei.

**Max** war mit vielen Vorkenntnissen in den Kurs gestartet, die er uns gerne mitteilte. Er hatte ein gutes Verständnis für die Kursthemen und blieb gelassen. Maybritt versuchte immer, Themen zu behandeln, die Max unbekannt waren, scheiterte jedoch oft. Außerdem strahlte er während des Kurses Intelligenz und Ruhe aus.

**Nils** zeigte sich uns als eine Person, die gerne lacht. Er hatte immer gute Ideen, und man konnte ihn jederzeit fragen, wenn man etwas nicht verstanden hatte. Er spielte Trompete im Akademieorchester. Nils war ein guter Freund, und man konnte sich auf ihn verlassen.

**Robin** war sehr aktiv und machte den ganzen Tag Sport. Zum Beispiel spielte er Basketball oder zeigte, dass er ein toller Tänzer ist. Im Kurs arbeitete er motiviert mit und bewies eine schnelle Auffassungsgabe für neue Tricks, dessen Vorführung er in der wenigen Freizeit perfektionierte. Gleichzeitig war er immer für einen Spaß gut und stets hilfsbereit.

**Theresa** war immer motiviert und voll konzentriert bei der Sache. Sie erfasste flink und geschickt komplexe mathematische Zusammenhänge: Bei Knobeleyen blieb sie hartnäckig, bis die Lösung des Problems ihren Ansprüchen genügte. Dabei erreichte sie mit ihrer Wissbegierde oft die Grenzen des Kursinhaltes, und schließlich bereicherte sie den ganzen Kurs mit ihren eigenen weiterführenden Theorien. Zusätzlich zauberte auch ihre humorvolle Art uns anderen regelmäßig ein Lächeln auf die Lippen!

**Lennart R.** war immer sehr fröhlich und wirkte sich mit seiner positiven Energie motivierend auf den Kurs aus. Er brachte immer wieder neue lustige Ideen in den Kurs ein. So war er auch in der gesamten Akademie für seine „Sockenstudien“ bekannt, die er jeden Morgen im Plenum vorstellte und an denen sich alle Teilnehmer der Akademie begeistert beteiligten.

Abgesehen davon konnte er sehr gut erklären und zeigte ein sehr breit gestreutes Fachwissen, das angefangen von komplexen mathematischen Zusammenhängen bis hin

zum ausführlichen Fachsimpeln über Harry Potter reichte.

Er unterstützte uns bei allem, so gut er konnte, und war für jeden von uns da. Auch bei der Wasserbombenschlacht, die unser Kurs letztendlich gewann, verteidigte er unseren Kurs mit vollem Einsatz. Zusammenfassend kann man sagen, dass Lennart nicht nur für unseren Kurs, sondern auch für die gesamte Akademie, eine Bereicherung war und wir alle sehr froh sind, dass er dabei war!



**Birgit** steckte mit ihrer ehrlichen Begeisterung für Mathematik den ganzen Kurs an und sorgte für eine fröhliche und humorvolle Atmosphäre in den Kursschienen. Während sie Zaubertricks inszenierte oder neue Themen einführte, war sie stets so motivierend und ausdauernd wie beim morgendlichen Frühjoggen.

Begeistert ging sie auch auf die häufigen Themenwünsche der Teilnehmer ein und schaffte es, zu jeder noch so spezifischen Frage eine anschauliche Erklärung zu finden.

**Maybritt** – immer positiv gelaunt, hochmotiviert und voll konzentriert – konnte perfekt erklären, zuhören und war auch immer für einen Lacher gut. Ihre Energie war ein echtes Plus für den Kurs, der sich dank ihrer Motivation lerneifrig auf die Kursinhalte stürzte. Sie hat uns immer genau so viele Tipps gegeben, dass man noch Spaß daran hatte, es selber herauszufinden. Außerdem ist sie extrem sportlich und eine tolle Fotografin.

## Einleitung

FRANKA MÜLLER

In diesem Jahr wurde im Mathekurs gerechnet, geknobelt und gezaubert. Und das nicht nur mit Zahlen, sondern vor allem auch mit Karten. Den Tricks wurde anschließend auf den Grund gegangen: Wir zwölf Teilnehmerinnen und Teilnehmer suchten für diese dann mathematische Beweise. Dafür tauchten wir tiefer in die Materie ein, gingen über den gewöhnlichen Schulstoff hinaus und beschäftigten uns teilweise sogar mit Uni-Mathematik. Durch unsere gut gelaunten Kursleiterinnen Birgit und Maybritt und unseren super engagierten Schülermentor Lennart wurden auch schwierigere Themen nie allzu kompliziert und schon gar nicht langweilig.

In der Gruppe kamen oft interessante Fragestellungen auf, die uns alle vor neue Herausforderungen stellten. Aber auch hitzige Diskussionen über Unendlichkeit und  $0,\bar{9}$  gehörten zu unserem Tagesplan. Die Stimmung war stets gut und entspannt. Pausen verbrachten wir bei fast immer schönem Wetter draußen, wo wir Spiele mit ominösen Namen wie „Oma-Jäger-Bär“, „Ninja“ oder unser selbst kreiertes „Mathe-Amöbe“ spielten. Unsere Teamfähigkeit stellten wir mit einem Sieg bei der Wasserbombenschlacht und einem grandiosen zweiten Platz beim diesjährigen Sportfest unter Beweis.



## Exkursion

HENRIKE WEHSE

Unsere Exkursion ging nach Heidelberg in eine Ausstellung namens „La La Lab“, die sich mit der Mathematik der Musik beschäftigte. Schon

der Weg dorthin war sehr unterhaltsam, wir haben Karten gespielt und Klatschrhythmen eingeübt. Außerdem erzählte uns Birgit etwas über den Ursprung der Organisation, welche die Ausstellung veranstaltete. In der Ausstellung angekommen, die freundlicherweise trotz Sommerpause für uns öffnete, bewunderten wir zunächst die zahlreichen Bilder von Preisträgern der Mathematik und Informatik, die im Eingangsbereich ausgestellt waren. Danach bekamen wir eine Führung von Maybritt und probierten gemeinsam schon einige der Exponate aus.

Anschließend hatten wir Zeit, uns auf eigene Faust weiter umzusehen. Dabei stießen wir zum Beispiel auf zwei Mikrofone, die Töne als Lissajous-Figuren darstellten, und ein Exponat, das angespielte Melodien selbstständig vervollständigte. Des Weiteren sahen wir einen Computer, der verschiedene Instrumente zu komplett neuen Instrumenten kombinierte und einem dann vorspielte, wie sie klingen würden, sowie viele weitere verblüffende Ausstellungsstücke.

Mittags verließen wir die Ausstellung und genossen draußen auf einer Wiese gemeinsam unser mitgebrachtes Essen. Später schauten wir uns den Film „Die Poesie des Unendlichen“ über den indischen Mathematiker Srinivasa Ramanujan, der Anfang des 20. Jahrhunderts lebte, an. Zum Schluss bekam jeder von uns ein Buch zu der Ausstellung der Preisträger im Eingangsbereich geschenkt. Mit Bahn und Bus fuhren wir dann wieder zurück nach Adelsheim, wobei uns der Busfahrer am Ende netterweise sogar noch ein Stück weiter als zur regulären Haltestelle brachte. So waren wir noch pünktlich zum Abendessen wieder da.



## Spiegelzahl-Trick

JULIA ARNEGGER

Mithilfe dieses unkomplizierten, aber dennoch für den Zuschauer verblüffenden Zahlentricks könnt ihr so manchen eurer Freunde „verzaubern“ und zum Staunen bringen: Der Zahlentrick „Spiegelzahl“ basiert auf der Quersummenregel für die Teilbarkeit von neun und benötigt deshalb zur magischen Vorführung neben Stift, Papier und Publikum nicht viel mehr als simples Kopfrechnen.

### Anleitung für Zauberer

1. Zuerst wird von euch eine Person aus dem Publikum (Freundeskreis, Familie, etc.) gebeten, sich eine vierstellige, möglichst abwechslungsreiche Zahl zu überlegen und diese für den Zauberer verdeckt zu notieren. Diese vierstellige Zahl wird in diesem Fall durch die Variablen  $abcd$  verdeutlicht, wobei jede einzelne Variable eine Ziffer der Publikumszahl symbolisiert. Beispiel:  $abcd = 3421$  ( $a = 3, b = 4, c = 2, d = 1$ ).

**Achtung:**  $abcd$  darf nicht symmetrisch sein (z. B.  $abba$  oder  $aaaa$ ), da später ansonsten das Ergebnis der Rechnung  $wxyz = 0$  wäre.

2. Im nächsten Schritt wird die ausgewählte Person dazu aufgefordert, zusätzlich zu der Ursprungszahl  $abcd$  ihre dazugehörige Spiegelzahl  $dcba$  zu notieren. Daraufhin wird nun, ebenfalls für den Zauberer verdeckt, die Differenz zwischen  $abcd$  und  $dcba$  gebildet, sodass man ein Ergebnis, hier ausgedrückt durch die Variablen  $wxyz$ , erhält.

allgemeine Form:	Beispiel:
$abcd$	3421
$-dcba$	-1243
<hr/>	<hr/>
$wxyz$	2178

**Achtung:** Wenn  $dcba > abcd$ , dann müssen Minuend  $abcd$  und Subtrahend  $dcba$  vertauscht werden, um ein positives Ergebnis zu erhalten.

3. Anschließend darf sich die Person aus den vier Stellen des Ergebnisses  $wxyz$  eine Ziffer zwischen 1 und 9 auswählen, die nun im Ergebnis gestrichen wird. Der „Aufenthaltort“ der gestrichenen Ziffer muss nicht mehr für den Ma-

gier ersichtlich sein, denn der Trick funktioniert auch, wenn dieser für den Zauberer unbekannt ist. Beispiel: 2178 → 21\_8

**Achtung:** Die 0 darf nie gestrichen werden, da sonst das Aufsummieren auf das nächste Neunerprodukt nicht eindeutig ist.

4. Im weiteren Verlauf wird die Person gebeten, dem Magier die nun unvollständige Zahl (hier:  $wx\_z = 21\_8$ ) zu zeigen.

5. Der Magier läutet seinen Zauber mithilfe der Worte „Im Folgenden werde ich nun die verlorenen gegangene Ziffer wieder herbeizubehalten! Sehen und staunen Sie!“ ein, berechnet im Kopf die Quersumme des unvollständigen Ergebnisses  $wxyz$  und ergänzt dieses auf die passende durch 9 teilbare Zahl. Er addiert also auf ein Produkt von 9. Die gestrichene Ziffer (hier:  $y$ ) berechnet sich durch die Subtraktion der Quersumme der Zahl  $wx\_z$  von der nächstliegenden durch 9 teilbaren Zahl.

Beispiel: 21\_8

→ Bildung der Quersumme:  $2 + 1 + 8 = 11$

→ nächste durch 9 teilbare Zahl: 18

→ Differenz:  $18 - 11 = 7$

→ Gestrichene Ziffer: 7

6. Der Magier verkündet dem Zuschauer stolz die gestrichene Ziffer.



### Mathematischer Beweis

Allgemein ist unser Spiegelzahltrick nach folgender Form aufgebaut:

$$\begin{array}{r} abcd \\ -dcba \\ \hline wxyz \end{array}$$

Diese Subtraktion lässt sich aber auch noch anders aufschreiben; und zwar indem man die einzelnen Zahlen in ihre Bestandteile entsprechend der Stellen der einzelnen Ziffern aufdrückt:

$$\begin{array}{r} a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d \cdot 1 \\ -(d \cdot 1000 + c \cdot 100 + b \cdot 10 + a \cdot 1) \\ \hline wxyz \end{array}$$

Durch Vereinfachen des Terms kommen wir auf die Form des finalen Terms  $wxyz$ , welcher schlichtweg die Differenz  $abcd - dcba$  in einer anderen Schreibweise verdeutlicht:

$$\begin{aligned} wxyz &= a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d \cdot 1 \\ &\quad - (d \cdot 1000 + c \cdot 100 + b \cdot 10 + a \cdot 1) \\ &= a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d \cdot 1 \\ &\quad - d \cdot 1000 - c \cdot 100 - b \cdot 10 - a \cdot 1 \\ &= a \cdot (1000 - 1) + b \cdot (100 - 10) \\ &\quad + c \cdot (10 - 100) + d \cdot (1 - 1000) \\ &= a \cdot 999 + b \cdot 90 - c \cdot 90 - d \cdot 999 \end{aligned}$$

Dabei lässt sich eine Auffälligkeit des Terms feststellen: Jeder Summand des Terms ist durch 9 teilbar, da jeder Summand aus einem durch neun teilbaren Faktor gebildet wird ( $\pm 999$  oder  $\pm 90$ ). Folglich ist der ganze Term und daher auch  $wxyz$  durch neun teilbar, da er aus durch neun teilbaren Summanden besteht.

Beispiel:  $wxyz = 2178 \Rightarrow 2178$  ist ohne Rest durch neun teilbar ( $2178 : 9 = 242$ ).

Genau diese Eigenschaft der Teilbarkeit unseres Ergebnisses  $wxyz$  durch 9 können wir Magier uns nun zu Nutze machen, indem wir die Teilbarkeitsregel für die Zahl 9 an  $wxyz$  anwenden: „Eine Zahl ist genau dann durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist!“

Also:  $wxyz$  teilbar durch 9  $\Leftrightarrow w + x + y + z$  teilbar durch 9

2178 teilbar durch 9  $\Leftrightarrow 2 + 1 + 7 + 8 = 18$  teilbar durch 9

Demzufolge muss die Quersumme von  $wxyz$  durch 9 teilbar sein. Fehlt nun wie in unserem Fall eine Ziffer des Ergebnisses und damit

ein Summand für die vollständige Quersumme, kann man die unvollständige Quersumme auf die nächste durch 9 teilbare Zahl erweitern. Der hinzugefügte Summand zur Erweiterung bildet die gesuchte Ziffer.

Allgemein:  $wx\_z \rightarrow w + x + ? + z$  durch 9 teilbar

Beispiel:  $21\_8 \rightarrow 2 + 1 + ? + 8$  durch 9 teilbar  
 $\rightarrow 11 + ?$  durch 9 teilbar  
 $\rightarrow 11 + ? = 18, \Rightarrow ? = 7$ .

**Achtung:** Ergibt die Quersumme bereits einen vollständigen Teiler von 9, so gäbe es zwei Möglichkeiten für den fehlenden Summanden, 0 und 9. Diese Problematik wurde jedoch vorhin umgangen, indem es dem Zuschauer nicht erlaubt wurde, die 0 als zu streichende Ziffer zu wählen. Dieses Verbot kann mit etwas Übung charmant überspielt werden, indem man sich eine kreative Begründung ausdenkt (z. B. „Die Null ist quasi nichts und deshalb viel zu einfach für den Zauberer zu erraten“) oder im Voraus die Definitionsmenge für die gestrichene Ziffer von 1–9 festlegt.



### Kurzer Beweis: Quersummenregel

Wir wählen eine beliebige vierstellige Zahl  $abcd$ .

$$\begin{aligned}abcd &= a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d \cdot 1 \\ &= 1 \cdot (a + b + c + d) \\ &\quad + a \cdot 999 + b \cdot 99 + 9 \cdot c + 0 \cdot d\end{aligned}$$

$a \cdot 999 + b \cdot 99 + 9 \cdot c + 0 \cdot d$  ist immer durch 9 teilbar, da jeder Summand durch 9 teilbar ist.  $1 \cdot (a + b + c + d)$  ist die Quersumme von  $abcd$ . Folglich ist der ganze Term durch 9 teilbar, genau dann, wenn der Summand „Quersumme“ auch durch 9 teilbar ist.

## 5. Wurzel-Ziehen

THERESA FRETZ

$$x^5 = 52.521.875$$

Welche Zahl ist  $x$ ?



Ein gewöhnlicher Mathematiker benötigt dafür einen Taschenrechner, doch ein geschickter Zauberer kann sich auch ohne weiterhelfen. Zunächst wird von einem Zuschauer eine natürliche, zweistellige Zahl  $ab$  ausgewählt. Anschließend wird diese Zahl mit fünf potenziert:  $(ab)^5$ . Der Zauberer bekommt nur das Ergebnis der Rechnung zu sehen. Seine Aufgabe ist es, auf die Zahl  $ab$  zu kommen. Dafür muss er diese wichtigen, zwei Schritte beherzigen:

Zunächst betrachtet er die letzte Ziffer des Ergebnisses, in dem vorherigen Beispiel ist das die Ziffer 5. Diese entspricht der Ziffer  $b$ . Somit weiß der Zauberer, dass  $b = 5$  ist. Dies funktioniert, da die Zehnerziffer keinen Einfluss auf die Einerziffer hat. Zudem lässt sich an der unten stehenden Tabelle der Fünferpotenzen von null bis zehn erkennen, dass beim Potenzieren mit fünf die Einerziffer des Ergebnisses der Einerziffer der Ausgangszahl entspricht.

$x$	1	2	3	4	5
$x^5$	1	32	243	1024	3125

$x$	6	7	8	9	10
$x^5$	7776	16807	32768	59049	100000

Um  $a$  herauszufinden, streicht der Zauberer in Gedanken die letzten fünf Ziffern des Ergebnisses. Diesen Schritt führt der Zauberer aus, da

wir die Rechnung  $(ab)^5$  auch wie folgt schreiben können:

$$\begin{aligned} & (a \cdot 10 + b \cdot 1)^5 \\ &= (a \cdot 10)^5 + 5 \cdot (a \cdot 10)^4 \cdot (b \cdot 1)^4 + \dots \\ &= a^5 \cdot 10^5 + 5 \cdot (a \cdot 10)^4 + b \cdot 1^4 + \dots \end{aligned}$$

Durch die  $10^5$  hat die Zahl  $a^5$  keine Auswirkung auf die letzten fünf Ziffern. Deswegen werden diese gestrichen. Bei unserem Beispiel bleibt dann noch 525 übrig.

Die übrig bleibende Zahl liegt zwischen zwei 5er-Potenzen von eins bis zehn. Die 525 aus unserem Beispiel liegt zwischen  $3^5 = 243$  und  $4^5 = 1024$ . Die fünfte Wurzel aus der kleineren Potenz liefert die Ziffer  $a$ . Die kleinere Potenz beträgt bei unserem Beispiel  $3^5 = 243$ . Die fünfte Wurzel beträgt somit 3, was wiederum  $a$  entspricht. Letztendlich muss der Zauberer die Ziffern nur noch zusammensetzen und weiß dadurch:

$$\sqrt[5]{52.521.875} = 35.$$



### 3er-System

MAKSYMILIAN FUDALI

Ein Stellenwertsystem ist ein Positionssystem. Wenn wir wie gewohnt rechnen, befinden wir uns im 10er-System. Also zum Beispiel nehmen wir die Zahl 479. Die 9 befindet sich an der 1er-Stelle, also rechnet man  $9 \cdot 1$ . Die Zahl 7 steht an der 10er-Stelle, also rechnet man  $7 \cdot 10$ , und die Zahl 4 steht an der 100er-Stelle, also rechnet man  $4 \cdot 100$ . Die Wertigkeiten der Stellen, also 1, 10 und 100, sind die ersten Zehnerpotenzen.

Der Index gibt an, in welchem System man rechnet.

$$(479)_{10} = 4 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$$

Im 3er-System rechnet man nicht mit 10er-Potenzen, sondern mit 3er-Potenzen. Außerdem werden im 10er-System zehn Ziffern (0-9) verwendet, im 3er-System werden dementsprechend nur drei Ziffern (0-2) benutzt. Zum Beispiel, um die Zahl 14 im 3er-System darzustellen, schreibt man 112. Wenn man das ausschreibt, sieht es folgendermaßen aus:

$$(14)_{10} = 1 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = (112)_3$$

Löst man die Potenzen auf, dann sieht die Gleichung so aus:

$$14 = 1 \cdot 9 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = (112)_3.$$

10er System	1	2	3	4	5
3er System	001	002	010	011	012

10er System	6	7	8	9	10
3er System	020	021	022	100	101

10er System	11	12	13	14	15
3er System	102	110	111	112	120



### 27er-Trick

LENNART HOLLAND

#### Präsentation

Zu Beginn des Tricks wird ein Freiwilliger nach vorne gebeten. Dieser soll nun das Deck mischen, sich eine Karte aussuchen, danach das

Deck nochmal mischen. Außerdem soll er dem Zauberer eine Zahl zwischen 1 und 27 nennen. Nun nimmt der Zauberer das Deck an sich, legt es in drei Spalten mit jeweils 9 Karten in folgender Reihenfolge aus:

1	2	3
4	5	6
7	8	9
...		

Dann fragt er den Zuschauer, in welcher dieser drei Spalten sich seine Karte befindet. Der Zuschauer nennt ihm diese. Daraufhin wiederholt der Zauberer den Vorgang noch weitere zwei Mal. Am Ende erinnert er sich an die vorhin genannte Zahl und erstaunlicher Weise liegt die Karte des Zuschauers genau an der vorhin vom Zuschauer genannten Stelle.



### Erklärung

Sobald der Zuschauer die Zahl nennt, muss der Zauberer im Kopf rechnen. Zum Beispiel für die Zahl 23:

Zahl – 1	23 – 1 = 22
Ins 3er System	22 = (211) <sub>3</sub>
Umdrehen	(211) <sub>3</sub> → (112) <sub>3</sub>

Der Zauberer hat bei jedem Durchgang mehrere Möglichkeiten die Spalten zusammenzulegen. Dabei legt er immer die Spalte mit der Karte des Zuschauers an eine errechnete Position. Die Positionen errechnet man wie folgt: 0 → Oben, 1 → Mitte, 2 → Unten. Also:

$$(112)_3 \rightarrow \text{Mitte, Mitte, Unten.}$$

Jetzt, wenn der Zauberer die Positionen kennt, legt er einfach nach jedem Austeilen die Spalte mit der Zuschauerkarte an die errechnete Position, also über, unter oder zwischen die beiden anderen Spalten. In der Tabelle sieht man die Zahlen von 1 bis 27 und die zugehörige Anleitung zum Austeilen.

1	2	3	4	5
OOO	MOO	UOO	OMO	MMO
6	7	8	9	10
UMO	OUO	MUO	UUO	OOM
11	12	13	14	15
MOM	UOM	OMM	MMM	UMM
16	17	18	19	20
OUM	MUM	UUM	OOU	MOU
21	22	23	24	25
UOU	OMU	MMU	UMU	OUU
26	27			
MOU	UUU			

Anschließend liegt die Karte des Zuschauers an der vorher von ihm genannten Stelle.

### Vollständige Induktion

LEONIE SCHULTE

Die vollständige Induktion ist eine Methode, die in der Mathematik verwendet wird, um Beweise durchzuführen. Sie wird gebraucht, um zu zeigen, dass eine Aussage für unendlich viele natürliche Zahlen gilt, da man die Aussage nicht für jede einzelne natürliche Zahl, also unendlich viele einzelne Zahlen, herleiten kann. Die Idee der vollständigen Induktion ist es daher zu zeigen, dass, wenn die Aussage für  $n$  korrekt ist, sie auch für  $n + 1$ , also für den Nachfolger stimmt.

Dies kann man mit dem Prinzip des Dominoeffekts veranschaulichen: Als Ziel setzt man sich,

die Aussage für jedes  $n$  zu beweisen, weshalb man zunächst damit beginnt, die Aussage für  $n = 1$  und  $n = 2$  zu prüfen. Stimmt das, so würden die ersten beiden Dominosteine fallen. Nun nimmt man folgendes an: Wenn der Stein  $n$  umfällt, ist die Aussage für  $n$  bewiesen. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass man mit der vollständigen Induktion zwei Dinge zeigen muss:

1. Die Aussage gilt für den ersten Stein.
2. Die anderen Steine müssen eng genug stehen, sodass alle umfallen.



Im Kurs haben wir uns die vollständige Induktion anhand der Gaußschen Summenformel erarbeitet, welche wir dann auch mit dieser Methode im Kurs bewiesen haben. Die Gaußsche Summenformel besagt: Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}.$$

Um die Formel nun zu beweisen, bearbeitet man mehrere Schritte:

**Induktionsanfang:**

Der Induktionsanfang ist enorm wichtig. Denn wenn die Aussage für den ersten „Dominostein“ nicht stimmt, dann ist die ganze Induktion nicht korrekt. Hier setzt man für  $n = 1$  ein:

**Induktionsanfang (I.A.):**

$$1 = \frac{1 \cdot 2}{2} \Leftrightarrow 1 = 1$$

**Induktionsschritt  $n \rightarrow n + 1$ :**

Nun führt man den Induktionsschritt durch, in dem man die Aussage für  $n + 1$  zeigt.

Dafür stellt man zunächst die Induktionsvoraussetzung auf, in der man die Aussage für  $n$  als gültig stellt. Das ist erlaubt, da man beim Induktionsanfang nachgeprüft hat, dass die Formel für ein  $n$  gilt, nämlich für 1.

**Induktionsvoraussetzung (I.V.):**

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

Jetzt kommt die Induktionsbehauptung. Hierbei ersetzt man in der Formel aus der Induktionsvoraussetzung jedes  $n$  durch ein  $n + 1$ , um zu behaupten, dass die Formel auch für  $n + 1$  gilt.

**Induktionsbehauptung (I.B.):**

$$1 + 2 + \dots + n + (n + 1) = \frac{(n + 1)(n + 2)}{2}$$

Als letzten Schritt führt man den Beweis durch. Dazu setzt man den linken Teil der Induktionsbehauptung mit dem rechten Teil der Induktionsvoraussetzung gleich und addiert bei der Induktionsvoraussetzung  $n + 1$ . Nun führt man Umformungen durch.

**Beweis:**

$$\begin{aligned}
 1 + 2 + \dots + (n + 1) &= \frac{n(n + 1)}{2} + (n + 1) \\
 1 + 2 + \dots + (n + 1) &= \frac{n(n + 1) + 2(n + 1)}{2} \\
 &\rightarrow (n + 1) \text{ ausklammern:} \\
 1 + 2 + \dots + (n + 1) &= \frac{(n + 1)(n + 2)}{2} \\
 &\text{q.e.d}
 \end{aligned}$$

Da wir nun nach den Umformungen gezeigt haben, dass die Formel auch für  $n + 1$  Zahlen gilt, gilt die Formel für unendlich viele natürliche Zahlen.

## Gilbreath-Trick

NILS SCHÄFFNER

### Einleitung

Der Zauberer zählt einen Kartenstapel von oben ab, lässt einen Zuschauer irgendwann (eher mittig) „Stopp“ sagen und mischt das Deck an dieser Stelle durch. Danach zählt er die Karten von oben immer abwechselnd auf zwei gleichgroße Stapel ab und verteilt die Karten eines Stapels nach Belieben an Zuschauer. Nun schafft es der Zauberer, wie durch Magie die Kartenfarben der Zuschauer zu erraten!

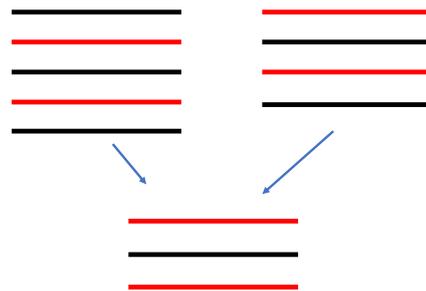


### Durchführung

1. Bereite das Kartenspiel so vor, dass rote und schwarze Karten abwechselnd liegen (insgesamt benötigt man also eine gerade Kartenanzahl).
2. Zeige das Deck dem Zuschauer grob aufgefächert und beginne von der Oberseite des Decks einzeln Karten abzuzählen.
3. Führe den „Riffle Shuffle“ durch.
4. Bilde zwei gleichgroße Stapel, wie in der Einleitung erklärt.
5. Verteile einen Stapel im Publikum und lass die Zuschauer in der Reihenfolge, in der die Karten ausgeteilt wurden, eine Aussage über ihre Kartenfarbe (rot/schwarz) treffen.
6. Nun kannst du an deinen Karten ablesen, ob die Zuschauer die Wahrheit sagen oder lügen, da du immer die andere Farbe als der Zuschauer in deinem Stapel hast. Sagt der Zuschauer also deine eigene Kartenfarbe, lügt er und ist entlarvt.

### Erklärung

Die Rot-Schwarz-Sortierung des vorgefertigten Stapels ändert sich durch das Abzählen nicht. Nur die Gegenfarbe zur unteren Karte des Stapels wandert an die unterste Stelle des neuen Stapels. Durch den Riffle Shuffle ändert sich zwar die Reihenfolge von Rot und Schwarz, jedoch bilden sich immer rot-schwarz Paare. Beispiel siehe Foto und Grafik.



Kartenfarben beim Riffle Shuffle

Durch das Verteilen auf zwei gleichgroße Stapel wird dem Zuschauer eine Karte zugeteilt und dem Zauberer immer die zugehörige Gegenkarte.

### Beweis durch vollständige Induktion

#### Behauptung:

*Der Trick funktioniert für  $n$  rote und  $n$  schwarze Karten. Beweis der Behauptung durch Induktion nach  $n$ .*

#### Induktionsanfang:

$n = 1$ . Eine rote und eine schwarze Karte  $\Rightarrow$  Pärchen (Trick funktioniert).

#### Induktionsschritt $n \rightarrow n + 1$ :

#### Induktionsvoraussetzung:

Trick klappt mit  $n$  roten und  $n$  schwarzen Karten.

#### Induktionsbehauptung:

Trick klappt mit  $n+1$  roten und  $n+1$  schwarzen Karten.

#### Beweis:

Kartenspiel besteht aus  $2(n + 1)$  Karten, rot und schwarz abwechselnd. Dann wurden Kar-

ten heruntergezählt. Da die unterste und oberste unterschiedliche Farben hatten, haben die beiden untersten Karten der zwei Stapel nun ebenfalls verschiedene Farben. Betrachtung der roten Karte rechts unten. Wo liegt sie nach dem Riffle Shuffle? Wir betrachten drei Fälle.

- (i) Ganz unten: Über ihr liegt die schwarze Karte aus dem rechtem Stapel oder die unterste, ebenfalls schwarze, Karte aus dem linken Stapel.
- (ii) Als zweite von unten  $\Rightarrow$  Darunter liegt eine schwarze Karte vom linken Stapel.
- (iii) Als dritte von unten oder darüber  $\Rightarrow$  Unterste Pärchen: rote und schwarze Karte von links.

$\Rightarrow$  Die untersten zwei Karten bilden in jedem Fall ein Pärchen. Darüber liegen ebenfalls immer nur Pärchen nach Induktionsvoraussetzung.



## Schubfachprinzip

MARA MERX

### Einführung

#### Alltagsbeispiel:

Wenn man fünf von unseren tollen Akademie T-Shirts hat, einem aber nur vier Schubladen zur Verfügung stehen, dann müssen sich in einer der vier Schubladen mindestens zwei T-Shirts befinden.

#### Allgemein formuliert:

Wenn man eine bestimmte Anzahl an Schubfächern zu Verfügung hat, aber mehr Objekte als Fächer, dann muss es ein Fach mit mehreren Objekten geben.

#### Mathematisch ausgedrückt:

Wenn man  $m$  Objekte auf  $n$  Schubfächer aufteilt und  $m > n$  ist, dann muss es mindestens ein Schubfach geben, das mindestens zwei Objekte enthält.

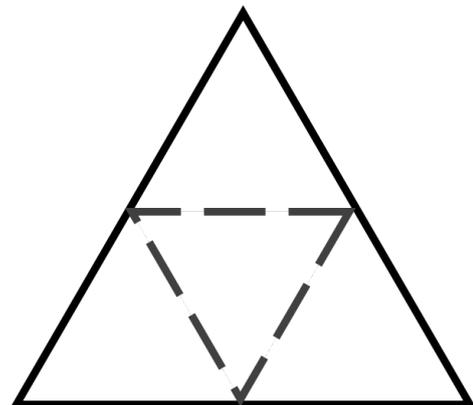
### Beweisen mit dem Schubfachprinzip

#### Beispiel 1:

Wir schießen mit einem Luftgewehr auf ein Ziel in Form eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Seiten die Länge 2 besitzen. Dabei treffen wir fünf Mal.

Zu zeigen: Es gibt mindestens zwei Treffer, deren Abstand  $\leq 1$  ist.

Beweis: Wir teilen das Dreieck in vier gleich große „Schubfächer“, mithilfe der Mittelparallelen, auf.



Aufteilen des Dreiecks

Somit beträgt die Seitenlänge eines dadurch entstandenen Dreiecks 1. Nach dem Schubfachprinzip liegen von den fünf Punkten mindestens zwei im selben kleinen Dreieck, sodass der Abstand dieser Punkte  $\leq 1$  ist.

Schubfächer: 4 kleine Dreiecke

Objekte: 5 Schüsse

#### Beispiel 2:

In jeder Gruppe von mindestens zwei Personen gibt es zwei, welche die gleiche Anzahl von Bekannten innerhalb dieser Gruppe haben. (Bekannt sein ist hierbei symmetrisch.) Wenn eine Person  $n - 1$  (also alle anderen) Personen kennt, dann kann niemand 0 (also keine) Personen kennen. Deshalb ist entweder

das Schubfach 0 oder das Schubfach  $n - 1$  nicht besetzt. Daher gibt es immer mindestens ein Schubfach, in welches zwei Personen müssen.

Schubfächer:  $n - 1$  mögliche Anzahlen an Bekannten

Objekte:  $n$  Personen



Dies lässt sich lösen, da aus  $a \equiv b \pmod{n}$  auch  $a \cdot x \equiv b \cdot x \pmod{n}$  folgt.

$$3^1 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$3^2 \equiv 3 \cdot 3 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$3^3 \equiv 4 \cdot 3 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$3^4 \equiv 2 \cdot 3 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$3^5 \equiv 1 \cdot 3 \equiv 3 \pmod{5}$$

Demnach sind Dreierpotenzen immer nacheinander kongruent 3, 4, 2 und 1. Es ergibt sich ein Muster.

Da  $2019 \equiv 3 \pmod{4}$ , muss  $3^{2019} \pmod{5}$  kongruent zu der dritten dieser Zahlen sein. Also:

$$3^{2019} \equiv 2 \pmod{5}.$$

## Modulo-Rechnung

MAX JOST

Eines der mathematischen Prinzipien hinter dem Unmöglich-Trick ist die Modulo-Rechnung, mit der wir uns im Kurs auseinandergesetzt haben.

### Definition

Sei  $n$  eine beliebige natürliche Zahl. Zwei Zahlen  $a, b \in \mathbb{Z}$  (das bedeutet, dass  $a$  und  $b$  ganze Zahlen sind) sind kongruent modulo  $n$ , wenn sie beim Teilen durch  $n$  den gleichen Rest lassen. Schreibweise:

$$a \equiv b \pmod{n}$$

Das klingt zuerst sehr kompliziert, ist es aber nicht. Beispiele sind:  $7 \equiv 12 \pmod{5}$ , da  $7 : 5 = 1$  Rest 2 und  $12 : 5 = 2$  Rest 2, beim Teilen durch 5 lassen also beide den Rest 2. Ein alltägliches Beispiel für das Benutzen der Modulo-Rechnung ist eine Uhr. Bei 3 Uhr mittags kann man entweder 3 Uhr oder 15 Uhr verwenden, da  $3 \equiv 15 \pmod{12}$ .

### Beispielaufgabe

Im Kurs haben wir zum Beispiel folgende Aufgaben gelöst: Was ist

$$3^{2019} \pmod{5}?$$



## Kombinatorik

ROBIN CAREY

Im Kurs haben wir uns mit dem Thema der Kombinatorik befasst. Hier ist eine Zusammenfassung unserer Ergebnissen, die wir anhand der vier Fälle der Kombinatorik ausgearbeitet haben. Sei  $n =$  Auswahlmöglichkeiten und  $k =$  tatsächliche Menge an verfügbaren Plätzen oder Anzahl der ausgewählten Elemente.

	Ziehen mit Zurücklegen	Ziehen ohne Zurücklegen
Reihenfolge wichtig	$n^k$	$\frac{n!}{(n-k)!}$
Reihenfolge nicht wichtig	$\binom{n+k-1}{n-1}$	$\binom{n}{k}$

**Fall 1: Reihenfolge wichtig, mit Zurücklegen (Wiederholungen erlaubt)**

Formel:

$$n^k$$

Beispiel:  $k$ -stelliges Passwort aus  $n$  Buchstaben.

Wie viele Möglichkeiten gibt es, ein 5-stelliges Passwort aus 4 Buchstaben (A, B, C, D) aufzustellen, wobei Buchstaben mehrmals vorkommen dürfen?

Rechnung:  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5 = 1024$ .



**Fall 2: Reihenfolge wichtig, ohne Zurücklegen (Wiederholungen nicht erlaubt)**

Formel:

$$\frac{n!}{(n - k)!}$$

Beispiel: Verteilungsmöglichkeiten von Gold-, Silber- und Bronze-Medaillen ( $k$  Ziehungen, hier 3) für  $n$  Personen (15 Personen).

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{n!}{(n - k)!} &= n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - k + 1) \\ &= \frac{15!}{(15 - 3)!} = \frac{15!}{12!} \\ &= 15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730 \end{aligned}$$

⇒ Es gibt 2730 Möglichkeiten der Vergabe der Medaillen.

**Fall 3: Reihenfolge unwichtig, mit Zurücklegen**

Formel:

$$\binom{n + k - 1}{n - 1}$$

Beispiel:  $n$  Sorten und  $k$  Flaschen.

Wie viele Möglichkeiten gibt es, 5 Flaschen zu kaufen, wenn 3 Sorten zur Auswahl sind?

Rechnung:

$$\begin{aligned} \binom{3 + 5 - 1}{3 - 1} &= \binom{7}{2} \\ &= \frac{7!}{(7 - 2)! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21 \end{aligned}$$

⇒ Es gibt 21 Möglichkeiten, 5 Flaschen mit 3 Sorten zur Auswahl zu kaufen.



**Fall 4: Reihenfolge unwichtig, ohne Zurücklegen**

Formel:

$$\binom{n}{k}$$

Beispiel:  $k$  Dinge aus  $n$  auswählen

Wie viele Möglichkeiten gibt es, 3 Personen aus 15 auszuwählen?

Rechnung:

$$\begin{aligned} \binom{15}{3} &= \frac{15!}{(15 - 3)! \cdot 3!} \\ &= \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455 \end{aligned}$$

⇒ Es gibt 455 Auswahlmöglichkeiten.

## Unmöglich-Trick

MATHIS BUSSHOFF

Der Zauberer verlässt den Raum. Nun sucht sich ein Zuschauer fünf Karten aus einem normalen 52-Karten-Deck aus. Ein Helfer des Zauberers nimmt diese Karten, legt vier davon offen auf den Tisch und die fünfte Karte verdeckt daneben, wie im Foto gezeigt.



Karten beim Unmöglich-Trick

Der Zauberer kommt wieder in den Raum und kann nun „mit seinen magischen Fähigkeiten“ die verdeckte Karte bestimmen (in diesem Fall Karo-6).

### Erklärung

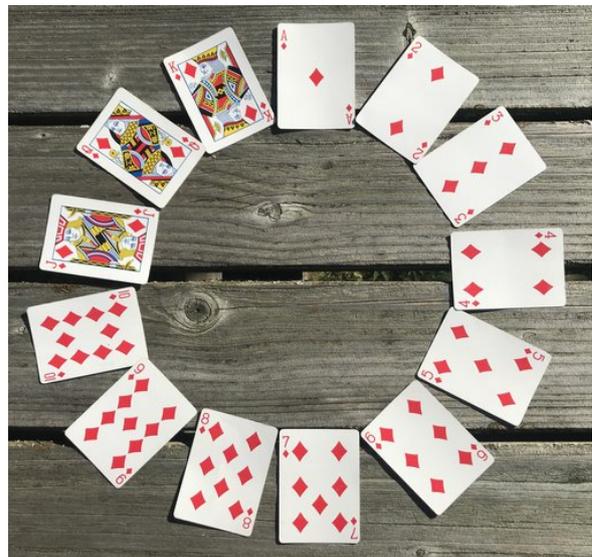
Was hier auf den ersten Blick unmöglich und wie Zauberei erscheint – vor allem wenn man bedenkt, dass noch 48 Karten an der verdeckten Stelle liegen könnten – ist es bei genauerem Hinsehen dann doch nicht, denn bei diesem Kniff wird mit drei mathematischen Prinzipien getrickst:

#### 1. Schubfachprinzip

Da der Zuschauer fünf Karten aus dem 52-Karten-Deck aussucht, es aber nur vier Kartenfarben (Symbole) gibt, müssen mindestens zwei Karten die gleiche Kartenfarbe haben. (In diesem Fall Karo-Ass und Karo-6.) Davon muss der Helfer des Zauberers beim Vorführen des Tricks eine Karte an die verdeckte Stelle und die andere an die erste Stelle legen. Damit zeigt man dem Zauberer das Symbol der verdeckten Karte. Um zu entscheiden, welche davon an welchen Platz kommt, braucht man das nächste mathematische Prinzip.

#### 2. Modulo-Rechnung

Vereinfacht kann man sich die Modulo-Rechnung hier wie eine Kartenuhr (siehe Abbildung) vorstellen, auf der man beliebig viele Schritte im Uhrzeigersinn laufen kann. Darauf liegen auch unsere beiden Karten mit derselben Kartenfarbe (Karo-Ass und Karo-6) und von einer der beiden zur anderen sind es immer maximal sechs Schritte zu laufen. So muss man in unserem Beispiel nur fünf Schritte von Karo-Ass zu Karo-6 laufen, jedoch acht Schritte von Karo-6 zu Karo-Ass.



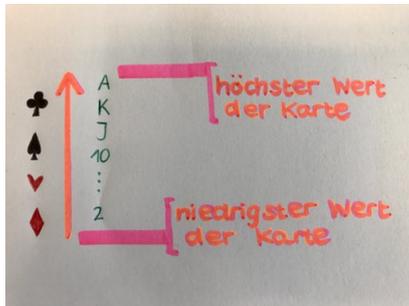
Kartenuhr

Die Karte, von der aus man weniger Schritte zur anderen braucht, legt der Helfer des Zauberers an die erste Stelle, sodass dieser nun weiß, dass er eine bestimmte Anzahl an Schritten auf der Kartenuhr von dieser Karte aus laufen muss, um die andere, verdeckte Karte zu bestimmen. Um allerdings zu wissen, wie weit man auf der Kartenuhr laufen muss, braucht man noch ein drittes mathematisches Prinzip.

#### 3. Kombinatorik

Für diesen letzten Schritt muss der Helfer erst einmal die übrigen drei Karten nach ihrer Größe ordnen. Dabei sortiert er zuerst nach Kartenfarbe (wie beim Skat: Kreuz über Pik über Herz über Karo) und, wenn es unter den drei Karten noch zwei mit dem selben Symbol gibt, auch noch nach den Kartenwerten (von Ass absteigend).

Dadurch erhält man nun eine größte, eine mittlere und eine kleinste Karte. Durch die Kombinatorik (hier: mit Reihenfolge, ohne Zurücklegen) weiß man, dass es  $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$ , also genau sechs Möglichkeiten gibt, diese drei Karten anzuordnen.



Sortierung der Kartenwerte

Wenn man nun jeder dieser Anordnungsmöglichkeit eine Zahl von eins bis sechs zuordnet, und man weiß, dass es von der Karte an der 1. Stelle zu der Karte an der verdeckten Stelle auf der Kartenuhr maximal sechs Schritte

zu gehen sind, kann man die Schrittzahl, die der Zauberer auf der Kartenuhr gehen muss, folgendermaßen verschlüsseln:

Schrittzahl	Sortierung
1	kmg
2	kgm
3	mkg
4	mgk
5	gkm
6	gmk

Zusammengefasst erhält man also aus der Kombination der Karten an der 2., 3., und 4. Stelle eine Schrittzahl, die auf der Kartenuhr von der Karte an der 1. Stelle aus laufen muss, um die fünfte, verdeckte Karte zu bestimmen.

Insgesamt steckt hinter diesem Trick also ganz schön knackige Mathematik. Dennoch ist es durch diese drei mathematischen Prinzipien machbar, die verdeckte Karte aus den 48 übrigen zu bestimmen. Somit wird aus dem „Unmöglich-Trick“ doch ein „Möglich-Trick“.





## Danksagung

Wir möchten uns an dieser Stelle bei denjenigen herzlich bedanken, die die 17. JuniorAkademie Adelsheim / Science Academy Baden-Württemberg überhaupt möglich gemacht haben.

Finanziell wurde die Akademie in erster Linie durch die Stiftung Bildung und Jugend, die Schwarz-Stiftung, die Hopp-Foundation, den Förderverein der Science Academy sowie durch den Fonds der Chemischen Industrie unterstützt. Dafür möchten wir allen Unterstützern ganz herzlich danken.

Die Science Academy Baden-Württemberg ist ein Projekt des Regierungspräsidiums Karlsruhe, das im Auftrag des Ministeriums für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg für Jugendliche aus dem ganzen Bundesland realisiert wird. Wir danken daher Frau Anja Bauer, Abteilungspräsidentin der Abteilung 7 – Schule und Bildung des Regierungspräsidiums Karlsruhe, der Leiterin des Referats 75 – allgemein bildende Gymnasien, Frau Leitende Regierungsschuldirektorin Dagmar Ruder-Aichelin und Herrn Jan Wohlgemuth vom Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg. Koordiniert und unterstützt werden die JuniorAkademien von der Bildung & Begabung gGmbH in Bonn, hier gilt unser Dank dem scheidenden Koordinator der Deutschen Schüler- und JuniorAkademien, Herrn Volker Brandt, seiner Nachfolgerin Ulrike Leithof, der Referentin für die Akademien Dorothea Brandt sowie dem gesamten Team.

Wie in jedem Jahr fanden die etwas über einhundert Gäste sowohl während des Eröffnungswochenendes und des Dokumentationswochenendes als auch während der zwei Wochen im Sommer eine liebevolle Rundumversorgung am Eckenberg-Gymnasium mit dem Landesschulzentrum für Umwelterziehung (LSZU) in Adelsheim. Stellvertretend für alle Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter möchten wir uns für die Mühen, den freundlichen Empfang und den offenen Umgang mit allen bei dem zum Zeitpunkt des Drucks dieser Dokumentation schon ehemaligen Schulleiter des Eckenberg-Gymnasiums, Herrn Oberstudiendirektor Meinolf Stendebach, und seinem Nachfolger, Herrn Studiendirektor Martin Klaiber, besonders bedanken.

Ein herzliches Dankeschön geht auch an Frau Oberstudiendirektorin Dr. Andrea Merger vom Hölderlin-Gymnasium in Heidelberg, wo wir bei vielfältiger Gelegenheit zu Gast sein durften.

Zuletzt sind aber auch die Kurs- und KüA-Leiter gemeinsam mit den Schülermentoren und der Assistenz des Leitungsteams diejenigen, die mit ihrer hingebungsvollen Arbeit das Fundament der Akademie bilden.

Diejenigen aber, die die Akademie in jedem Jahr einzigartig werden lassen und die sie zum Leben erwecken, sind die Teilnehmerinnen und Teilnehmer. Deshalb möchten wir uns bei ihnen und ihren Eltern für ihr Engagement und Vertrauen ganz herzlich bedanken.

## Bildnachweis

Seite 11, Abbildung Sonnenfinsternis-Schema:

<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sonnenfinsternis-schema.svg>

Wikimedia-User Юкаган

CC BY-SA 3.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/legalcode>)

Alle anderen Abbildungen sind entweder gemeinfrei oder eigene Werke.